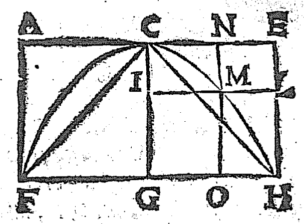
GEOMETRIÆ CAVALERII LIBER QVARTVS.

In quo de Parabola, & ſolidis ab eadem genitis enucleatur doctrina.

THEOREMA I. PROPOS. I.

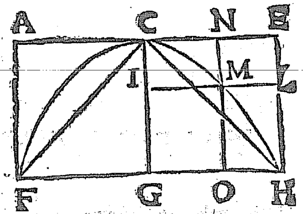
SI PARALLELOGRAMMVM, & triangulum fuerint in eadem baſi, & circa eundem axim, vel diametrum cum parabola; parallelogrammum erit parabolæ ſexquialterum, triangulum autem erit eiuſdem parabolæ ſubſexquitertium.

Sit ergo parabola, F C H, in baſi, F H, circa axim, vel diametrum, C G, ſit autem in eadem baſi, F H, & circa eundem axim, vel diametrum parallelogrammum quoq; A H, & triangulum, C F H. Dico ergo parallelogrammum, A H, eſſe ſexquialterum parabolæ, F C H; triangulum autem, CFH, eſſe eiuſdem parabolæ, F C H, ſubſexquitertium. Sumatur ergo in, C E, quæ tangit parabolam in puncto, C, vtcunque punctum, N, & per, N, ducatur ipſi, C G, parallela, N O, producta vſque ad baſim, F H, cui occurrat in, O; quæ pariter ſecet curuam parabolæ in, M, & per, M, ducatur ipſi baſi, F H, parallela, I L. Eſt ergo quadratum,



G H,

G H, vel quadratum, E C, ad quadratum, I M, vel ad quadratum, Ex 38. & Schol. 40. lib. 1. C N, vt, G C, ad, C I, .i. vt, O N, ad, N M, est autem, C H, parallelogrammum in eadem basi, & altitudine cum trilineo, C M H E, & punctum, N, vtcunq; sumptum, per quod acta est ipsi, C G, parallela, N O, repertumque est, vt quadratum, E C, ad quadratum, C N, ita esse, O N, ad, N M; ergo horum quatuor ordinum Coroll. 3. 26. lib. 2. magnitudines erunt proportionales scilicet omnia quadrata maximarum abscissarum, E C, magnitudines primi ordinis collectæ iuxta quadratum, C E, ad quadrata omnium abscissarum ipsius, C E, siue ambo sint recti, vel eiusdem obliqui transitus; quæ sunt magnitudines secundi ordinis collectæ, iuxta quadratum, C N, erunt vt omnes lineæ parallelogrammi, C H, magnitudines tertij ordinis collectæ, iuxta, N O, ad omnes lineas trilinei, C M H E, magnitudines quarti ordinis collectas, iuxta, N M, regula pro his om- 3. Lib. 2. nibus lineis existente ipsa, E H; vt autem sunt omnes lineæ parallelogrammi, C H, ad omnes lineas trilinei, C M H E, ita est parallelogrammum, C H, ad trilineum, C M H E, ergo parallelogrammum, C H, ad trilineum, C M H E, est vt quadrata maximarum abscissarum ipsius, C E, ad quadrata omnium abscissarum ip- Corol. 25 lib. 2. sius, C E, verum illa quadrata sunt istorum tripla, ergo erit parallelogrammum, C H, triplum ipsius trilinei, C M H E, ergo idem parallelogrammum, C H, erit sexquialterum semiparabolæ, G C M H, ideò etiam parallelogrammum, A H, erit parabolę, F C H, sexquialterum. Quoniam verò triangulum, C F H, est dimidium parallelogrammi, A H, ideò quarum partium parallelogrammum, A H, erit sex, & parabola, F C H, consequenter ea undem quatuor, triangulum, C F H, erit tria, & ideò erit ad parabolam, F C H, vt tria ad quatuor, & idcircò erit eiusdem subsexquitertium, quæ ostendere oportebat.



COROLLARIVM.

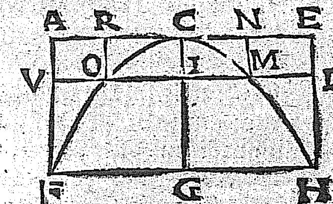
Hinc patet ductas in trilineo, C M H E, æquidistantes axi, vel diametro, C G, esse inter se, vt quadrata abscissarum per easdem à tangente, C E, versus verticem parabolæ, qui est punctum, C; nam ostensum est, O N, siue, H E, ad, N M, esse vt quadratum, E C, ad quadratum, C N, & punctum, N, sumptum est vtcunque, ideo, &c.

THEO-

THEOREMA II. PROPOS. II.

SI intra parabolam ducantur vtcunque duæ ad axim, vel diametrum eiusdem ordinatim applicatę lineę, abscissæ ab ijsdem parabolæ, erunt inter se, vt cubi dictarum linearum ordinatim applicatarum.

Sint ergo intra parabolam circa axim, vel diametrum, C G, constitutam, duæ ad ipsum ordinatim applicatæ rectæ lineæ, F H, O M, parabolas, O C M, F C H, abscindentes. Dico ergo parabolam, F C H, ad parabolam, O C M, esse vt cubum, F H, ad cubum, O M; constituantur circa axes, vel diametros, C I, C G, & in eisdem basibus, O M, F H, cum dictis parabolis parallelogramma, A H, R M. 11. Lib. 2. Quoniam ergo ęquiangula parallelogramma habent rationem ex lateribus compositam, sunt autem parallelogramma, A H, R M, æquiangula, nam, O M, est parallela ipsi, F H, ideò parallelogrammum, A H, ad parallelogrammum, R M, habebit rationem compositam ex ea, quam habet, F A, ad, R O, .i. G C, ad, C I, .i. quadratum, F H, ad quadratum, O M, 38. Et Schol. 40. lib. 1. & ex ea, quam habet, F H, ad, O M, sed etiam cubus, F H, ad cubum, O M, habet rationem compositam ex ea, quam habet quadratum, F H, ad quadratum, O M, D. Corol. 4. Gener. 34. lib. 2. & ex ea, quam habet, F H, ad, O M, ergo parallelogrammum, A H, ad parallelogrammum, R M, & consequenter parabola, F C H, ad parabolam, O C M, (quia sunt dictorum parallelogrammorum subsexquialterę) Ex antec. erit vt cubus, F H, ad cubum, O M, quod ostendere opus erat.



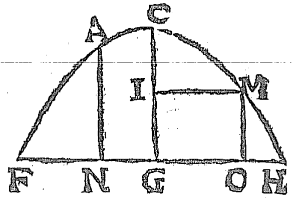
THEOREMA III. PROPOS. III.

SI in parabola ducatur quædam recta linea ad eiusdem axim, vel diametrum ordinatim applicata; agantur deinde ipsi axi, vel diametro æquidistantes rectæ lineæ vsque ad curuam parabolicam, & dictam ordinatim applicatam, quæ basis erit eiusdem parabolæ; Dictæ æquidistantes rectę

lineæ

lineæ erunt inter se, vt rectangula sub partibus basis ab eisdem æquidistantibus constitutis.

Sit ergo parabola, F C H, circa axim, vel diametrum, C G, ad quam ordinatim applicetur recta linea vtcunq; F H, ducantur deinde intra parabolam axi, vel diametro, C G, parallelæ vtcunque, A N, M O, basim, F H, in punctis, N, O, diuidentes. Dico igitur rectam, A N, ad rectam, M O, esse vt rectangulum, F N H, ad rectangulum, F O H; ducatur per, M, ipsi, F H, parallela, M I; est
38. Et Sch. 40. lib. 1. ergo, G C, ad, C I, vt quadratum, G H, ad quadratum, I M, vel ad quadratum, G O, ergo, per conuersionem rationis, G C, ad, G I, vel ad, M O, erit vt quadratum, H G, ad sui reliquum, dempto quadrato, G O, hoc autem residuum est rectangulum sub, G O H, bis, vna cum quadrato, O H, quod est æquale rectangulo, F O H, nam rectangulum, G O H, cum quadrato, O H, æquatur rectangulo, G H O, .i. rectangulo sub, F G, O H, cui si iunxeris rectangulum sub, G O, & eadem, O H, consurget
3.2. Elem. integrum rectangulum, F O H, æquale rectangulis sub, G O H, bis,
3.2. Elem. vna cum quadrato, O H, ergo, C G, ad, M O, erit vt quadratum, G H, .i. vt rectangulum, F G H, ad rectangulum, F O H, & con-
1.2. Elem. uertendo, M O, ad, C G, erit vt rectang. H O F, ad rectangulum, H G F; eodem modo ostendemus, C G, ad, A N, esse vt idem rectangulum, H G F, ad rectangulum, F N H, ergo ex æquali, & conuertendo, A N, ad, M O, erit vt rectangulum, F N H, ad rectangulum, F O H, quod ostendere oportebat. Possunt autem vocari &, A N, M O, ordinatim applicatæ ad basim parabolæ, F C H, scilicet ad ipsam, F H.



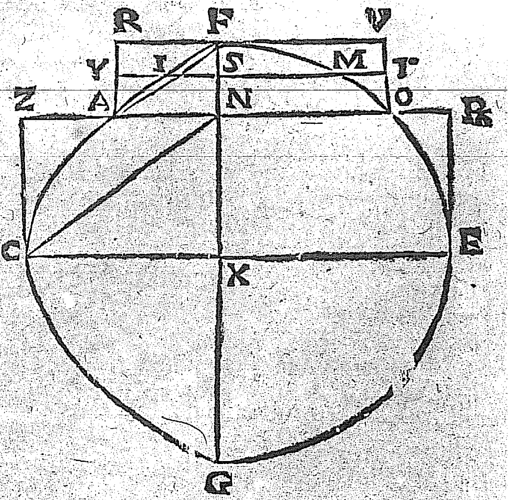
THEOREMA IV. PROPOS. IV.

SI ad basim parabolæ ordinatim applicetur vtcunque recta linea, fiat autem parallelogrammum, & triangulum habentia circa communem angulum dictam applicatam, & abscissam à basi ab vtrauis extremitatum eiusdem, vel sint duæ ad basim vtcunque ordinatim applicatæ, sub alterutra quarum, & sub inclusa ab ijsdem portione basis fiat parallelogrammum, & triangulum; dicti parallelogrammi, vel trianguli,

guli,

guli, ad portionem parabolæ dicto parallelogrammo inscriptam ratio nota erit.

Sit parabola, cuius basis, F G, ad axim, vel diametrum, C X, ordinatim applicata; ad basim autem, F G, sit etiam ordinatim applicata, A N, vtcunq; diuidens basim, F G, in puncto, N, fiat autem parallelogrammum, R N, & triangulum, A F N, sub lateribus, A N, N F, vel sub, A N, N G; Vel sint duæ vtcunque ad basim, F G, ordinatim applicatæ, A N, C X, fiat autem parallelogrammum, & triangulum sub, A N, N X, vel sub, C X, X N. Dico parallelogrammum, R N, vel triangulum, F A N, ad portionem, A F N, parabolę, F C G, parallelogrammo, R N, inscriptam, esse in ratione nota. Similiter parallelogrammum, Z X, & triangulum, N C X, ad portionem, A C X N, habere rationem notam. Producatur, C X, vtcunque in, E, & circa semiaxes, vel semidiametros coniugatas, F X, X E, intelligatur descriptus semicirculus, vel semiellipsis, F E G, producantur deinde, R F, Z N, indefinitè, secetque, Z N, curuam semicirculi, vel semiellipsis, F E G, in puncto, O, & compleantur parallelogramma, V N, R X, sumatur deinde in, F N, vtcunq; punctum, S, per quod ipsi, C E, parallela ducatur, Y T, secans curuam
parabolæ in, I, curuam autem, F E G, in, M; est ergo, A N, ad, I Ex antec.
S, vt rectangulum, G N F, ad rectangulum, G S F, est autem etiam 40. Et
quadratum, O N, ad quadratum, S M, vt rectangulum, G N F, ad Sch. l. 1.
rectangulum, G S F, ergo, A N, vel, Y S, ad, S I, erit vt quadratum, N O, vel vt quadratum, T S, ad quadratum, S M, sunt au-
tem, R N, N V, parallelogramma in eisdem basibus, & altitudini- Coroll. 3.
bus cum portionibus, A F N, N F O, & punctum, S, sumptum est 26. lib. 2.
vtcunque, repertumque est, vt, Y S, ad, S I, ita esse quadratum, T

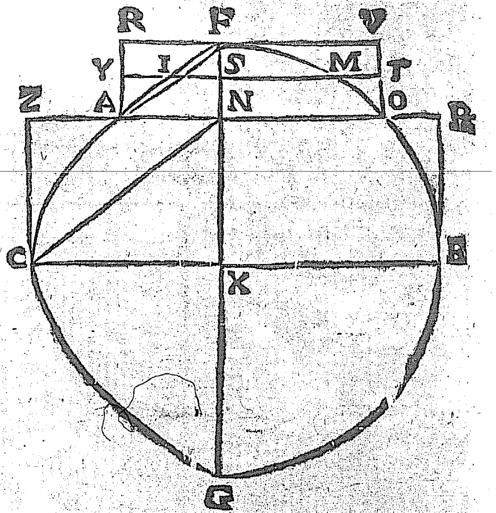


O o

S, ad

S, ad quadratum, S M, ergo horum quatuor ordinum magnitudines erunt proportionales collectæ, iuxta quatuor iam dictas magnitudines proportionales .s. omnes lineæ ipsius, R N, (sumpta pro omnibus communi regula, C E,) ad omnes lineas trilinei, F I A N, erunt vt omnia quadrata, F O, ad omnia quadrata trilinei, F M O N, ratio autem, quam habent omnia quadrata, F O, ad omnia quadrata trilinei, F M O N, iam notificata est lib. 3. de circulo, & ellipsi Proposit. 1. ergo & ratio omnium linearum, R N, ad omnes lineas trilinei, F I A N, & subinde ratio parallelogrammi, R N, ad portionem, F I A N, nota erit, & subinde nota erit ratio trianguli, F A N, quod est dimidium parallelogrammi, R N, ad portionem, F I A N; eodem modo ostendemus parallelogrammum, Z X, ad quadrilineum, N A C X, esse vt omnia quadrata, ℞ X, ad omnia quadrata quadrilinei, O N X F, ratio autem, quam habent omnia quadrata, ℞ X, ad omnia quadrata quadrilinei, O N X E, iam notificata est in supradicto Libro, Proposit. 3. & 4. ergo ratio parallelogrammi, Z X, ad quadrilineum, siue portionem parabolæ, A N X C, nota erit, veluti & ratio trianguli, C N X, ad eandem portionem, A N X C, pariter nota erit, quod erat ostendendum.

19. Lib. 2.



COROLLARIVM.

Hinc colligitur dicta parallelogramma ad portiones parabolæ sibi inscriptas, ordinatimque ad parabolæ basim applicatis inclusas, esse, vt omnia quadrata parallelogrammorum illis è regione respondentium, quibusq; inscribuntur semiportiones circuli, vel ellipsis iam dictæ ad omnia quadrata dictarum semiportionum, regula communi axi, vel diametro, C E, existente. Ostensum .n. est, R N, ad portionem, F A N, esse, vt omnia quadrata, F O, ad omnia quadrata trilinei, F M O N;

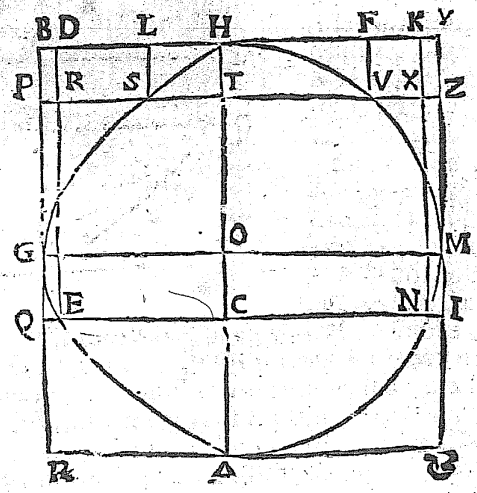
&, Z

&, Z X, ad portionem, A C X N, esse, vt omnia quadrata, ℞ X, ad omnia quadrata quadrilinei, N O E X, &, A N, C X, ordinatim ad basim, F G, applicatæ sumptæ sunt vtcunq; vnde patet.

THEOREMA V. PROPOS. V.

DVctis vtcunque ad basim parabolæ ordinatim applicatis, parallelogramma sub ipsis, & portionibus basis ab iisdem abscissis ad sibi inscriptas portiones parabolæ infrascriptam rationem habebunt.

Sit ergo parabola, H G A, in basi, H A, circa axim, vel diametrum, G O, & sint ductæ ipsi, G O, parallelæ vtcunque, S T, E C, compleantur autem parallelogramma, L T, B O, D C, deinde producatur, G O, vtcunque in, M, & circa semiaxes, vel semidiametros, H O, O M, intelligatur, H M A, semicirculus, vel semiellipsis, cuius curuam, S T, E C, productæ secent in, V N, compleatur pariter parallelogramma, H V, H M, H N, producantur insuper, Y M, B G, vsque in, & ℞, &, S V, E N, vsq; ad puncta, P, Z, Q, I, quæ sunt in lateribus, B ℞, Y &. Igitur parallelogrammum, L T, ad portionem, H S T, erit vt omnia quadrata, H V, ad omnia quadrata semiportionis, H T V, (regula, G M, pro hac Propos. sumpta) .i. vt, T A, ad compositam ex, $\frac{1}{2}$, T A, &, $\frac{1}{6}$, H T, vt patet in Libro de Circulo, & Ellipsi Propositione 1.



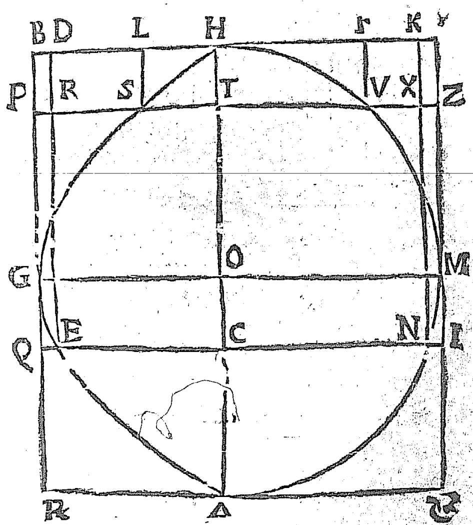
Similiter ostendemus, B O, semiparabolæ, H G O, esse sesquialterum, est enim vt omnia quadrata, H M, ad omnia quadrata, H V M O, idest in ratione sesquialtera, vt patet in eadem Proposit. 1.

Pariter demonstrabimus, D C, ad portionem, H G E C, esse vt, A C, ad compositam ex, $\frac{1}{2}$, A C, &, $\frac{1}{6}$, C H, sic enim sunt omnia

qua-

quadrata, H N, ad omnia quadrata semiportionis, H M N C, vt patet in eiusdem Lib. Propos. 1.

Quod si velimus comparare parallelogramma, quæ sunt in basibus æqualibus axi, vel diametro, inueniemus infrascriptas rationes scilicet parallelogrammum, B T, ad portionem, H S T, esse vt rectangulum sub, H O, & tripla, O A, ad rectangulum sub, H T, & sub composita ex, T A, &, A O, sicuti sunt omnia quadrata, H Z, ad omnia quadrata semiportionis, H T V. Eadem ratione, B C, ad portionem, H G E C, erit vt rectangulum sub, H O, & tripla, O A, ad rectangulum sub, H C, & sub composita ex, C A, &, A O, sic enim sunt omnia quadrata, H I, ad omnia quadrata semiportionis, H M N C, vt patet in eodem Lib. 3. Prop. 2.



Si tandem sumamus parallelogrammum, P C, cui inscripta est parabolę portio, T S G E C, inclusa duabus, S T, E C, ad basim, H A, vtcunq; ordinatim applicatis, siue intercipiant axem, vel diametrum, G O, siue non, siue axis, vel diameter, G O, sit altera harum duarum ad basim, H A, ordinatim applicatarum, siue non; reperiemus parallelogrammum, P C, ad portionem, T S G E C, esse vt rectangulum, H O A, ad rectangulum sub, A C, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, C T, & tota, T H, vna cum rectangulo sub, T C, & sub composita ex, $\frac{1}{6}$, T C, &, $\frac{1}{2}$, T H, sic enim esse inueniemus omnia quadrata, T I, ad omnia quadrata quadrilinei, T V M N C, vt patet eodem Lib. Propos. 4.

COROLLARIVM.

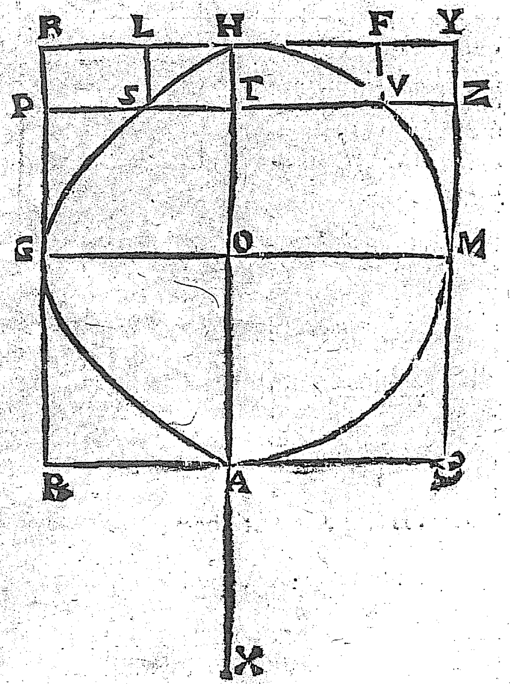
Hinc habetur si fiant triangula, ductis, S H, P H, G H, Q T, hæc ad portiones, quibus inscribuntur habere easdem rationes, quas habent dimidia antecedentium ad eadem consequentia superius exposita, sunt enim & ipsa triangula dictorum parallelogrammorum dimidia.

THEO-

THEOREMA VI. PROPOS. VI.

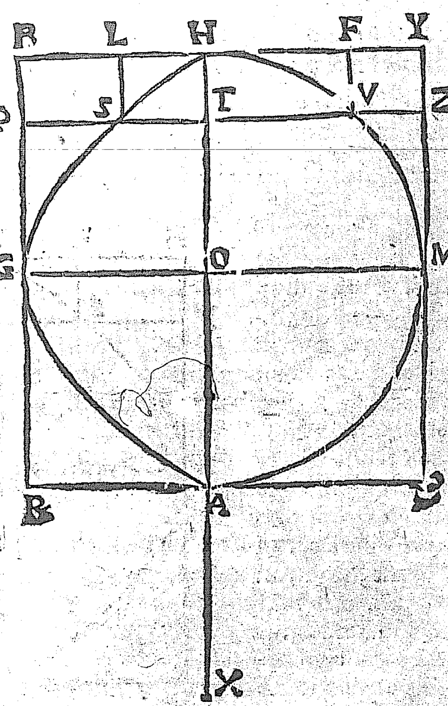
Si ad basim datæ parabolæ ordinatim applicetur recta linea, tota parabola ad abscissam portionem per ipsam ordinatim applicatam erit, vt parallelepipedum sub altitudine dimidia basi, sub basi autem quadrato totius basis, ad parallelepipedum sub altitudine linea composita ex dimidia basi, & reliquo basis, dempta abscissa ab eadem extremitate basis, à qua portio parabolæ abscinditur, & sub basi quadrato eiusdem abscissæ per dictam ordinatim applicatam: Vel erit, vt cubus totius basis ad parallelepipedum sub basi quadrato abscissæ, altitudine tripla reliquæ, cum cubo dictæ abscissæ.

Sit parabola, H G A, cuius basis, H A, & axis, vel diameter, G O; ducatur deinde ipsi, G O, vtcunque parallela, S T. Dico parabolam, A G H, ad vtramuis portionum, S H T, T S G A, vt ad, S H T, esse vt parallelepip. sub altitudine dimidia, H A, quæ sit, A X, illi in directum constituta, basi quadrato, A H, ad parallelepipedum sub altitudine, X T, basi quadrato, T H. Producatur, G O, in, M, & circa semiaxes, vel semidiametros, H O, O M, intelligatur descriptus semicirculus, vel semiellipsis, H M A, deinde per puncta, G, M, ducantur ipsi, H A, parallelæ, B R, Y



&, &

&, & per, H A, ipsi, G M, parallelę, B Y, ℞ &, producaturque, T S, vsque ad, B ℞, Y &, in, P, Z, & per, S V, ducantur, V F, S L, parallelæ ipsi, H A, sunt igitur parallelogramma, B A, A Y, L T, T F, B T, T Y, P A, A Z. Igitur parabola, A G H, ad portionem,
Diff. 12. lib. 1. H S T, habet rationem compositam ex ea, quam habet parabola, H G A, ad parallelogrammum, B A, idest ex ea, quam habent omnia quadrata, H &, (regula sumpta pro hoc Theor. ipsa, G M,) ad omnia
Ex ante. quadrata semicirculi, vel semiellipsis, H M A; & ex ea, quam habet, A B, ad, B T,
3. Lib. 2. idest, A H, ad, H T,
9. Lib. 2. idest omnia quadrata, & H, ad omnia
Ex antec. quadrata, H Z; & ex ea, quam habet, B T,
Defin. 12. lib. 1. ad portionem, HST, idest omnia quadrata, H Z, ad omnia quadrata semiportionis, H T V, sed etiam omnia quadrata semicirculi, vel semiellipsis, HMA, ad omnia quadrata semiportionis, H T V, habent rationem compositam ex ea, quam habent omnia quadrata semicirculi, vel semiellipsis, H M A, ad omnia quadrata, H &, & ex ea, quam habent hęc ad omnia quadrata semiportionis, H T V, ergo pa-



8. Lib. 3. rabola, H G A, ad portionem, H S T, est vt omnia quadrata, H M A, ad omnia quadrata semiportionis, H T V, idest vt parallelepipedum sub altitudine, X A, basi quadrato, A H, ad parallelepipedum sub altitudine, X T, basi quadrato, T H; vel vt cubus, A H, ad parallelepipedum sub altitudine tripla, A T, basi quadrato, T H, cum cubo, T H, sic.n. esse omnia quadrata semicirculi, vel semiellipsis, H M A, ad omnia quadrata semiportionis, H V T, ostensum est Lib. 3. Propos. 6.

CO

COROLLARIVM.

Hinc patet, quod, diuidendo, portio parabolæ, S G A T, ad portionem, S H T, erit vt omnia quadrata semiportionis, A M V T, ad omnia quadrata semiportionis, H V T, .s. vt parallelepipedum sub altitudine linea composita ex, O H, H T, basi quadrato, T A, ad parallelepipedum sub altitudine, X T, basi quadrato, H T, vt patet in Coroll. supradictæ Propos. 6. eiusdem Libri 3.

THEOREMA VII. PROPOS. VII.

Si duæ ad basim parabolæ applicentur vtcunque rectæ lineæ, abscissæ portiones parabolæ erunt inter se, vt parallelepipeda sub basibus quadratis abscissarum à basi per easdem applicatas ab eadem extremitate, à qua portiones abscissæ intelliguntur, altitudinibus compositis ex residuis dictæ basis (demptis abscissis) & dimidia totius.

Sit ergo parabola, H G A, in basi, H A, ad quam ordinatim applicentur duæ vtcunque lineæ, S T, R V, abscindentes portiones, R H V, S H T. Dico portionem, R H V, ad portionem, S H T, esse (si producatur, A X, æqualis ipsius basis, A H, medietati) vt parallelepipedum sub altitudine, X V, basi quadrato, V H, ad parallelepipedum sub altitudine, X T, basi quadrato, T H. Est enim portio, R H V, ad parabolam, A G H, vt parallelepipedum sub altitudine, X V, basi quadrato, V H, ad parallelepipedum sub altitudine, X A, basi quadrato, A H, item parabola, A G H, ad portionem, H S T, est vt parallelepipedum sub altitudine, X A, basi quadrato, A H, ad parallelepipedum sub altitudine, X T, basi quadrato, T H, ergo ex æquali portio, R H V, ad portionem, S H T, est vt parallelepipedum sub altitudine, X V, basi quadrato, V H, ad parallelepipedum sub altitudine, X T, basi quadrato, T H, quod ostendere oportebat. Ex ante.

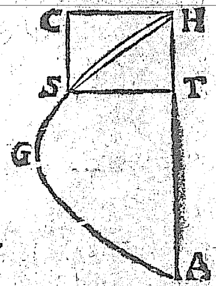
THEO-

THEOREMA VIII. PROPOS. VIII.

SI ad basim datæ parabolæ ordinatim applicetur recta linea, sub qua, & sub portione basis abscissa, ac earum extrema iungente, fiat triangulum, portio parabolæ abscissa ad triangulum sibi inscriptum erit, vt ad reliquam basis, dempta abscissa, eadem reliqua cum, $\frac{1}{3}$, ipsius abscissæ.

Sit parabola, H G A, in basi, H A, ad quam ordinatim applicetur vtcunque recta linea, S T, fiat autem triangulum sub, S T, & vtrauis duarum, H T, T A, vt sub, H T, & sub, S H, quod sit, H S T. Dico portionem, H S T, ad triangulum, H S T, esse vt compositam ex, A T, &, $\frac{1}{3}$, T H; ad, A T, compleatur parallelogrammum, C T, est ergo parallelogrammum, C T, ad portionem, H S T, vt, A T, ad compositam ex, $\frac{1}{2}$, A T, &, $\frac{1}{6}$, T H, & antecedentium dimidia scilicet triangulum, H S T, ad portionem, H S T, erit vt dimidia, A T, ad compositam ex, $\frac{1}{2}$, A T, &, $\frac{1}{6}$, T H, idest vt, A T, ad, A T, cum, $\frac{1}{3}$, H T, & conuertendo, portio, H S T, ad triangulum, H S T, erit vt composita ex, $\frac{1}{3}$, H T, & tota, T A, ad, T A, quod ostendendum nobis erat.

5. Huius.



S C H O L I V M.

Potest autem, & dicta ratio sic constitui, triplicatis terminis, scilicet, quod portio, H S T, ad triangulum, H S T, sit vt vna, H A, cum duabus, A T, ad tres, A T, vel sic, quod sit, vt dimidia, H A, cum, A T, ad ipsam, A T.

PROBLEMA I. PROPOS. IX.

A Data parabola portionem abscindere per lineam ab eiusdem basim ordinatim ductam, quę ad triangulum sub eadem ordinatim ducta, & abscissa per eandem à basi parabolæ ad eandem partem, ad quam abscinditur portio, habeat datam rationem, dummodò hæc sit maior sexquialtera.

Hoc

Hoc Problema soluetur methodo Propos. 8. Lib. 3. propterea circa ipsum non immoror.

THEOREMA IX. PROPOS. X.

SI ad basim datæ parabolæ ordinatim applicentur vtcunque rectæ lineæ, triangula sub ipsis, & portionibus basis ab ijsdem abscissis, erunt vt parallelepipeda sub basibus quadratis abscissarum à basi, altitudinibus autem residuis ipsius basis demptis abscissis.

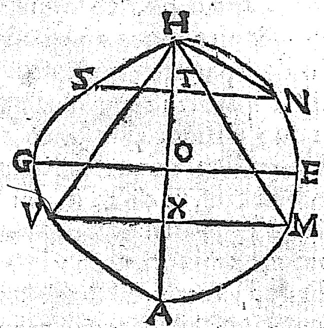
Sit parabola, H G A, cuius basis, H A, axis, vel diameter, G O, sint autem ductæ duæ vtcunq; ordinatim applicatæ ad ipsam basim, H A, ipsæ, S T, V X, & iungantur, S H, V H. Dico triangulum, V H X, ad triangulum, H S T, esse vt parallelepipedum sub altitudine, A X, basi quadrato, X H, ad parallelepipedum sub altitudine, A T, basi quadrato, T H. Quoniam enim triangula vnum angulum vni angulo æqualem habentia rationem habent ex ratione laterum illis angulis circumstantium compositam, ideò triangulum, V H X, ad triangulum, S H T, habebit rationem compositam ex ea, quam habet, V X, ad, S T, idest rectangulum, A X H, ad rectangulum, A T H, & ex ea, quam habet, X H, ad, H T, sed istæ duæ rationes componunt rationem parallelepipedi sub altitudine, H X, basi rectangulo, A X H, ad parallelepipedum sub altitudine, H T, basi rectangulo, H T A, .i. parallelepipedi sub altitudine, A X, basi quadrato, X H, ad parallelepipedum sub altitudine, A T, basi quadrato, T H, ergo triangulum, V H X, ad triangulum, S H T, erit vt parallelepipedum sub altitudine, A X, basi quadrato, X H, ad parallelepipedum sub altitudine, A T, basi quadrato, T H, quod erat ostendendum.

6. Lib. 2.

3. Huius.

G.D. Cor. 4. Gen. 34. lib. 2.

Schol. 35. lib. 2.



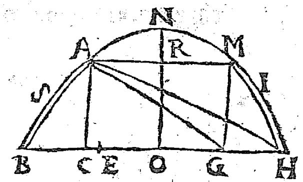
COROLLARIVM.

Hinc apparet, si producatur, G O, vtcunq; in, E, & circa semiaxes, vel semidiametros, H O, O E, describi intelligatur semicirculus, vel semiellipsis, H E A, quod, si etiam producantur, S T, V X, in, N, M, & iungantur, H N, H M; omnia quadrata trianguli, H X M, ad omnia quadrata trianguli, H T N, regula, O E, erunt in ratione composita ex ea, quam habet quadratum, X M, ad quadratum, T N, .i. rectangulum, A X H, ad rectangulum, A T H, & ex ea, quam habet, X H, ad, H T, .i. erunt, vt parallelepipedum sub altitudine, A X, basi quadrato, X H, ad parallelepipedum sub altitudine, A T, basi quadrato, T H.

THEOREMA X. PROPOS. XI.

SI ad axim, vel diametrum datæ parabolæ ordinatim applicentur duę rectæ lineę eandem secantes, deinde sumpto extremo puncto minoris dictarum ordinatim applicatarum, & alio extremo puncto maioris dictarum, sed non ad eandem partem, iungantur dicta puncta recta linea; hæc diuidet quadrilineum duabus ordinatim applicatis inclusum in duo trilinea: Trilineum igitur constitutum in maiori dictarum linearum ad trilineum cōstitutum in minori tanquam in basi erit, vt dicta maior ordinatim ductarum, simul cum tertia proportionali duarum, quarum prima est tripla compositę ex minori, & dimidia excessus maioris super minorem, secunda autem est dimidia dicti excessus, ad eandem minorem, cum eadem tertia proportionali.

Sit ergo parabola, cuius basis, B H, axis, vel diameter, N O, duę ad ipsam vtcunque ordinatim applicatæ sint, B H, basis, &, A M, minor ipsa, B H, abscindens parabolam, A N M, sumatur autem vtcunque punctum, A, extremum minoris, A M, & punctum, H, ad aliam partem de duobus extremis maioris, B H, & iungantur, A, H, puncta recta linea, A H, deinde à punctis, A, M, demittantur versus, B H, parallelæ ipsi, N O; A C, M G, erit ergo, B C, G H, excessus, B H, super, A M, &, B C, æqualis ipsi, G H, dimidium dicti excessus; fiat etiam, vt tripla, H C, ad, B C, ita, B C, ad, C E, & iungatur, A G. Dico trilineum, A B H, ad trilineum, A M H, esse vt, B H, cum, C E, ad ipsam, A M, cum, C E: Prius autem dico portionculam, A S B, esse æqualem portionculæ, M I H, & enim trapezium, A B O R, æquatur trapezio, R O H M, & quadrilineum, R A S B O, ipsi quadrilineo, R M I H O, cum, A O, axis, vel diameter bifariam diuidat omnes æquidistantes ipsi, B H, & ideò omnes lineæ quadrilinei, R A S B O, æquentur omnibus lineis quadrilinei, R M H O, vnde dicta quadrilinea etiam sunt ęqualia, & ideo portionculæ, A S B, M I H, inter se sunt æquales: 3. 2.
Quoniam, verò portio, A S B C, ad triangulum, A B C, est vt composita ex $\frac{1}{3}$, B C, & ex, C H, ad, C H, ideò, diuidendo, portioncula, A S B, ad triangulum, A B C, erit vt $\frac{1}{3}$, B C, ad, C H, vel 8. huius.
vt, B C, ad triplam, C H, .i. sumpta, B C, communi altitudine, vt quadratum, B C, ad rectangulum sub, B C, & tripla, C H; est autem triangulum, A B C, ad triangulum, A B H, vt, C B, ad, B H, 5. l. 2.
idest (sumpta communi altitudine tripla, C H,) vt rectangulum sub, B C, & tripla, C H, ad rectangulum sub, B H, & tripla, C H, ergo ex æquali portioncula, A S B, ad triangulum, A B H, erit vt quadratum, B C, ad rectangulum sub, B H, & tripla, H C, quoniam verò, B C, est media proportionalis inter triplam, H C, & ipsam, C E, ideò quadratum, B C, æquatur rectangulo sub tripla, H C, & sub, C E,



Elicitur ex 12. l. 2.

vnde portioncula, A S B, ad triangulum, A B H, erit vt rectangulum sub, C E, & tripla, C H, ad rectangulum sub, B H, & tripla, C H, idest erit, vt basis, C E, ad basim, B H, ergo, componendo, trilineum, A S B H, ad triangulum, A B H, erit vt, C E, cum, B H, ad ipsam, B H, triangulum verò, A B H, ad triangulum, A C G, vel ad triangulum, A G M, est vt, B H, ad, C G, vel ad, A M, est verò triangulum, A G M, æquale triangulo, A H M, ergo trilineum, A S B H, ad triangulum, A M H, erit vt, C E, cum, B H, ad, A M, est verò trilineum, A S B H, ad portionculam, A S B, vel, M I H, illi æqualem, per conuersionem rationis, vt, B H, cum, C E, ad ipsam, C E, ergo, colligendo, trilineum, A S B H, ad triangulum, A H M, & portionculam, M I H, .i. ad trilineum, A M I H, erit vt, B H, cum, C E, ad ipsam, A M, cum, C E, quod ostendere oportebat.

COROLLARIVM.

Hinc patet triangulum, ABH, ad portionculam, ASB, esse vt, BH, ad, CE.

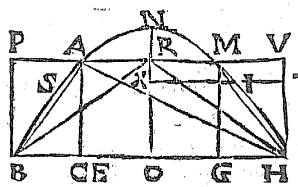
THEOREMA XI. PROPOS. XII.

Assumpta figura Propos. ant. dimissa recta, A G, & constituto parallelogrammo super, B H, circa axim, vel diametrum, R O, quod sit, P H, iunctisque, B R, R H, ostendemus parallelogrammum, P H, ad frustum parabolæ, A S B H I M, esse vt, B H, ad, H C, cum, C E; & triangulum, R B H, ad idem frustum esse vt, B H, ad duplam, H C, C E.

Parallelogrammum enim, P H, est ad triangulum, A B H, vt dupla, B H, ad ipsam, B H, triangulum verò, A B H, ad sectionculam, A S B, est vt, B H, ad, C E, ergo, ex æquali, parallelogrammum, P H, ad sectionculam, A S B, est vt dupla, B H, ad, C E, & ad duas portionculas, A S B, M I H, erit vt dupla, B H, ad duplam, C E, idest vt, B H, ad, C E. Item parallelogrammum, P H, ad trapezium, A B H M, est vt, B H, ad, A M, cum dimidio excessus, B H, super, A M, .i. ad, A M, vel, C G, G H, ergo, colligendo, parallelogrammum, P H, ad sectionculas, A S B, M I H, cum trapezio, A B H M, .i. ad frustum parabolæ, A S B H I M, erit vt, B H, ad, H C, cum, C E. Quia verò triangulum, R B H, est dimidium parallelogrammi, P H, ideò ad frustum, A S B H I M, erit vt dimidia, B H, ad, H C, cum, C E, .i. vt, B H, ad duplam, H C, C E, quod erat ostendendum.

Coroll. 11 huius.

20. l. 2.

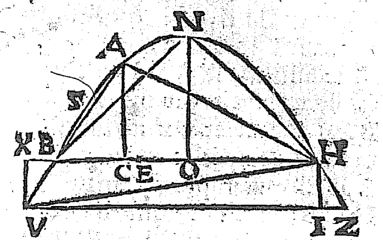


THEO-

THEOREMA XII. PROPOS. XIII.

Si ab extremo puncto basis datæ parabolæ ducatur vsq; ad curuam parabolæ supra, vel infra basim (indefinitè producta ipsa curua) recta linea: Data parabola ad segmenta sub ductis lineis, & curua ab ijsdem abscissa comprehensa, singillatim sumpta, erit vt cubus basis ipsius datæ parabolæ ad cubum rectæ lineæ dicto puncto interceptæ, & alio puncto eiusdem basis productæ, si opus sit, in quod cadit recta linea, quæ ducitur ab alio extremo puncto basis resecti segmenti parallela axi, vel diametro ipsius datæ parabolæ.

Sit ergo data parabola, H N B, in basi, H B, sumpto autem vno extremorum punctorum, H, B, ipsius basis, H B, vt ipsum, H, ab eo ducatur vtcunq; recta linea, H A, supra basim, H B, & indefinitè producta curua, N A B, alia, H V, subter basim, vt sint constituta segmenta, A N H, V B N H, sit autem axis, vel diameter, N O, cui parallelæ ducantur per puncta, A V, versus basim, H B, productam, si opus sit, occurrentes illi in punctis, X, C. Dico ergo parabolam, H N B, ad segmentum, H N A, esse vt cubus, H B, ad cubum, H C. Eandem verò ad segmentum, H N B V, esse vt cubum, B H, ad cubum, H X, iungantur puncta, B, A; B, N; N, H, & sit, C E, tertia proportionalis duarum, quarum prima est tripla, C H, secunda autem ipsa, B C. Quoniam ergò triangula, N B H, B A H, sunt in eadem basi, B H, erunt inter se, vt altitudines, vel vt lineæ, quæ à verticibus, N A, ad bases ductæ cum eisdem æqualiter inclinantur .i. triangulum, H N B, ad triangulum, H A B, erit vt, N O, ad, A C, .i. vt rectangulum, H O B, ad rectangulum, H C B. Insuper triangulum, H N B, ad portionculam, A S B, habet rationem compositam ex ratione trianguli, H N B, ad triangulum, H A B, .i. ex ratione rectanguli, H O B, ad rectangulum, H C B, & ex ratione trianguli, H A B, ad portion-

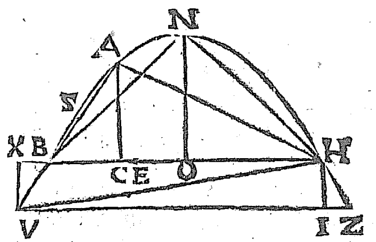


Coroll. 1. 19. huius.

Defin. 12. l. 1.

tion-

tionculam, ASB, .i. ex ratione, BH, ad, CE, quæ duæ rationes
Ex Corol. antec. componunt rationem parallelepipedi sub altitudine, BH, basi re-
ctangulo, HOB, vel quadrato, OH, ad parallelepipedum sub
altitudine, CE, basi rectangulo, HCB, ergo triangulum, HNB,
ad portionculam, ASB, est vt parallelepipedum sub altitudine,
BH, basi quadrato, HO, ad parallelepipedum sub altitudine, C
E, basi rectangulo, HCB, est autem, vt dicebatur, triangulum,
HNB, ad triangulum, HAB, vt rectangulum, HOB, vel qua-
dratum, HO, ad rectangulum, HCB, idest sumpta, HB, com-
muni altitudine, vt parallelepipedum sub altitudine, HB, basi qua-
drato, HO, ad parallelepipedum sub altitudine, HB basi rectan-
gulo, HCB, ergo, colligendo, triangulum, HNB, ad portion-
culam, ASB, cum triangulo, ABH, scilicet ad trilineum, HAS
B, erit vt parallelepipedum sub altitudine, HB, basi quadrato, H
O, ad parallelepipedum sub altitudine composita ex, HB, CE,
basi rectangulo, HCB; vel vt istorum quadrupla scilicet vt paralle-
lepipedum sub eadem altitudine, HB, basi quadruplo quadrati, H
O, idest quadrato, HB, scilicet vt cubus, HB, ad parallelepipedum
sub eadem altitudine composita ex, HB, CE, basi quadruplo re-
8. huius. ctanguli, HCB. Quia verò parabola, HNB, est sesquitertia trian-
guli, HNB, ideò erit ad ipsum, vt solidum sesquitertium cubi, H
B, ad cubum, HB, est autem triangulum, HNB, ad trilineum,
HASB, vt cubus, HB, ad parallelepipedum sub altitudine com-
posita ex, HB, CE, & sub basi quadruplo rectanguli, HCB, ergo
ex æquali parabola, HNB,
ad trilineum, HASB, erit vt
solidum sesquitertium cubi, H
B, ad parallelepipedum sub al-
titudine composita ex, HB, C
E, basi quadruplo rectanguli,
HCB; vel vt istorum subsesquitertia scilicet vt cubus, HB,
ab parallelepipedum sub ea-
dem altitudine composita ex,
HB, CE, basi triplo rectan-



guli, HCB, est enim quadruplum rectanguli, HCB, sesquiter-
35.l.2. tium tripli eiusdem rectanguli; hoc autem consequens parallelepi-
pedum potest diuidi in parallelepipedum sub altitudine, CE, basi
triplo rectanguli, HCB, vel basi rectangulo sub, BC, & tripla,
CH, & in parallelepipedum sub altitudine, HB, basi etiam rectan-
gulo sub, BCH, ter sumpto, quoniam verò tripla, HC, &, CB,
CE, sunt deinceps proportionales, ideò parallelepipedum, quod
fit ab

fit ab illis tribus æquale est cubo mediæ idest parallelepipedum sub
altitudine, CE, & sub basi rectangulo ipsius, BC, ductæ in tri- 41.l.2.
plam, CH, æquabitur cubo, BC, remanet adhuc parallelepipe-
dum sub altitudine, HB, basi tribus rectangulis, BCH, quod (al-
titudinem, BH, diuidentes in duas scilicet in, BC, CH,) diuidi-
mus in parallelepipedum sub altitudine, HC, basi rectangulo, H
CB, ter sumpto idest in parallelepipedum sub altitudine, BC, basi 35.l.2.
quadrato, CH, ter sumpto, & in parallelepipedum sub altitudine, 36.l.2.
BC, basi rectangulo, BCH, ter sumpto idest in parallelepipedum
sub altitudine, HC, basi quadrato, BC, ter sumpto; parallepipe- 36.l.2.
dum ergo sub altitudine composita ex, HB, CE, basi rectangu-
lo, HCB, ter sumpto, æquatur parallelepipedis ter sub, BC, &
quadrato, CH, ter sub, HC, & quadrato, CB, cum cubo, CB,
ad hæc ergo simul sumpta cubus, HB, erit vt parabola, HNB,
ad trilineum, HASB; quia verò parallelepipedum ter sub, BC, 38.l.2.
& quadrato, CH, cum parallelepipedo ter sub, HC, & quadrato,
CB, cum cubo, CB, deficiunt à cubo, BH, quantitate cubi, HC,
ideò, per conuersionem rationis, parabola, HNB, ad segmentum,
HNA, erit vt cubus, BH, ad cubum, HC.

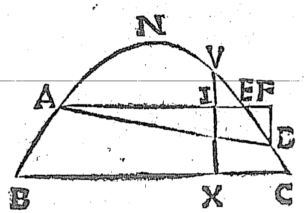
Nunc dico parabolam, HNB, ad segmentum, HNBV, esse
vt cubum, BH, ad cubum, HX; ducatur per, V, ipsi, BH, pa-
rallela, VZ, secans curuam parabolæ productam in, Z, & à 2. huius.
puncto, H, ipsi, NO, vel, XV, demittatur parallela, HI, oc-
currens ipsi, VZ, in, I, est ergo parabola, BNH, ad parabo-
lam, VBNHZ, vt cubus, BH, ad cubum, VZ, item parabo-
la, VBNHZ, ad segmentum, VBNH, (quia, VH, est supra
basim, VZ,) est vt cubus, ZV, ad cubum, VI, vel, XH, æqua-
lis, VI, quia, XI, est parallelogrammum; ergo, ex æquali, pa-
rabola, HNB, ad segmentum, HNBV, constitutum per lineam
ductam à puncto extremo, H, basis, BH, properantem infra
eandem basim, BH, erit vt cubus, BH, ad cubum, HX, quæ o-
stendenda erant.

THEOREMA XIII. PROPOS. XIV.

SI intra curuam parabolæ ducantur vtcunque duæ rectæ
lineæ in eandem curuam terminantes, parabola ab vna
ductarum constituta ad parabolam ab alia constitutam erit,
vt cubus primò ductæ ad cubum rectæ lineæ, quæ, ducitur
per

per punctum extremum alterius secundò ductæ, parallela primò ductæ, inclusæ dicto puncto, & alio eiusdem parallelæ productæ, si opus sit; in quod cadit, quæ ducitur per aliud extremum punctum secundò ductæ, parallela axi, vel diametro parabolæ per primò ductam constitutæ.

Sit curua parabolæ, B A E C, intra quam sint vtcumq; ductæ in eandem curuam hinc inde terminantes (.i. quod non sint ductæ parallelæ axi) primò, B C, secundò, A D; ducatur deinde per vtrum libet extremorum punctorum secundò ductæ, vt per, A, ipsa, A F, parallela ipsi, B C, in quam productam, si opus sit, incidat parallela axi, quæ ducitur per punctum, D, aliud extremum ipsius, A D, occurrat autem illi in, F. Dico parabolam, B A E C, ad parabolam, A E D, esse vt cubum, B C, ad cubum, A F. Est enim parabola, B N C, ad parabolam, A N E, vt cubus, B C, ad cubum, A E, item parabola, A N E, ad parabolam, A N E D, est vt cubus, A E, ad cubum, A F, ergo parabola, B N C, ad parabolam, A N E D, est vt cubus, B C, ad cubum, A F, quod ostendere opus erat.



3. huius.
Ex antec.

THEOREMA XIV. PROPOS. XV.

IN eadem antecedentis figura, si ducatur intra parabolam, B N C, à puncto, V, sumpto vtcumque in curua, B N C, versus basim, B C, ipsa, V X, incidens basi in, X, parallela axi, vel diametro eiusdem parabolæ. Dico parabolam, A N E D, ad segmentum, V C X, esse vt cubum, A F, ad parallelepipedum ter sub, B X, & quadrato, X C, cum cubo, X C.

6. huius.

Nam parabola, A N E D, ad parabolam, B N C, conuertendo, est vt cubus, A F, ad cubum, B C, item parabola, B N C, ad segmentum, V C X, est vt cubus, B C, ad parallelepipedum ter sub altitudine, B X, basi quadrato, X C, cum cubo, X C, ergo, ex æquali, parabola, A N E D, ad segmentum, V X C, erit vt cubus, A F, ad parallelepipedum ter sub, B X, & quadrato, X C, cum cubo, X C, quod ostendere oportebat.

THEOREMA XV. PROPOS. XVI.

IN eadem supradicti Theorematis figura ostendemus trilineum, V N A I, ad trilineum, V N A B X, esse vt parallelepipedum ter sub, E I, & quadrato, I A, cum cubo, I A, ad parallelepipedum ter sub, C X, & quadrato, X B, cum cubo, X B. Similiter trilineum, V E I, ad trilineum, V E C X, esse vt parallelepipedum ter sub, A I, & quadrato, I E, cum cubo, I E, ad parallelepipedum ter sub, B X, & quadrato, X C, cum cubo, X C.

Trilineum enim, V N A I, ad parabolam, A N E, est vt parallelepipedum ter sub, E I, & quadrato, I A, cum cubo, I A, ad cubum, A E, item parabola, A N E, ad parabolam, B N C, est vt cubus, A E, ad cubum, B C, & tandem parabola, B N C, ad trilineum, V A B X, est vt cubus, C B, ad parallelepipedum ter sub, C X, & quadrato, X B, cum cubo, B X, ergo, ex æquali, trilineum, V N A I, ad trilineum, V N B X, erit vt parallelepipedum ter sub, E I, & quadrato, I A, cum cubo, I A, ad parallelepipedum ter sub, C X, & quadrato, X B, cum cubo, X B. Eodem modo ostendemus trilineum, V I E, ad trilineum, V X C, esse vt parallelepipedum ter sub, A I, & quadrato, I E, cum cubo, I E, ad parallelepipedum ter sub, B X, & quadrato, X C, cum cubo, X C, quod, &c.

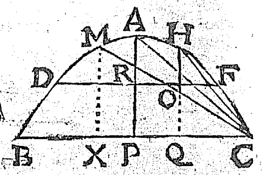
6. huius.
3. huius.
6. huius.

THEOREMA XVI. PROPOS. XVII.

SI duæ intra curuam parabolicam ducantur rectæ lineæ axem secantes, fuerint autem constituarum ab eisdem parabolarum diametri, vel axis, & diameter æquales, & ipsæ parabolæ erunt æquales.

Sit curua parabolica, B A C, intra quam ducantur vtcunque duæ, D F, M C, axem secantes, idest non parallelæ axi, sint autem, A R, H O, diametri, vel axis, & diameter inter se æquales. Dico parabolam, D A F, esse æqualem parabolæ, M H F C; ducatur

per, C, ipſi, D F, parallela, C B, & producantur, A R, H O, vſq; ad, B C, in, P, Q, iunganturque, A C, H C, & à puncto, M, ducatur, M X, parallela axi, vel diametro, A P; quoniam ergo, O
32.huius. Q, eſt parallela ipſi, M X, & ipſa ſecat, M C, bifariam in, O, ſe-cabit etiam, X C, bifariam in Q; & quia parabola, A B C, ad pa-rabolam, M H F C, eſt vt cubus, B C, ad cubum, C X, vel vt cu-bus, P C, ad cubum, C Q, ideò ſemiparabola, A P C, ad ſemipa-rabolam, H O C, erit vt cubus, P C, ad cubum, C Q, & eorun-
8.huius. dem ſubſexquitertia .i. triangulum, A P C, ad triangulum, H O C, erit vt cubus, P C, ad cubum, C Q: quoniam verò triangula æqui-angula habent inter ſe rationem compoſitam ex ratione baſium, &
Coroll.1. altitudinum, vel linearum à verticibus earundem ductarum æqua-
19. l. 2. liter baſibus inclinatarum; ideò triangulum, A P C, ad triangu-lum, H O C, habebit rationem compoſitam ex ratione baſis, P A, ad baſim, O H, vel, A R, illi æqualem, & ex ratione, P C, ad, C Q, quæ vel ſunt altitudines, vel lineæ ductæ à communi vertice, C, cum æquali inclinatione ad baſes, A P, &, H O, productam, quia, A P, H Q, ſunt parallelæ, eſt autem vt, P A, ad A R, ita quadratum, P C, ad quadratum, R F, ergo triangulum, A P C, ad triangulum, H O C, habebit rationem compoſitam ex ea, quam ha-bet quadratum, P C, ad quadratum, R F, & ex ea, quam habet, P C, ad C Q, quia verò triangulum, A P C, ad trian-gulum, H O C, eſt vt cubus, P C, ad cubum, C Q, ideò ad illud habet etiam rationem compoſitam ex ea, quam habet, P C, ad C Q, & ex ratione quadrati, P C, ad qua-dratum, C Q, ergo iſtæ duæ rationes, ſcilicet quam habet, P C, ad, C Q, & quadratum, P C, ad quadratum, R F, componunt eandem rationem, quam iſtæ duæ, ſcilicet ratio, P C, ad, C Q, & quadrati, P C, ad quadratum, C Q, eſt autem in his communis ratio, quam habet, P C, ad, C Q, ergo reliqua ratio, quam habet quadratum, P C, ad quadratum, C Q, erit eadem ei, quam habet
7.huius. quadratum idem, P C, ad quadratum, R F, ergo quadratum, C Q, erit æquale quadrato, R F, &, C Q, erit æqualis ipſi, R F. Quoniam autem parabola, B A C, ad parabolam, D A F, eſt vt
32.huius. cubus, B C, ad cubum, D F, .i. vt cubus, P C, ad cubum, R F, item oſtenſum eſt parabolam eandem, B A C, ad parabolam, M H F C, eſſe vt cubum, P C, ad cubum, C Q, ideò parabola, D A F, ad parabolam, M H F C, erit vt cubus, R F, ad cubum, Q C, ſunt autem, Q C, R F, inter ſe æquales, vt oſtenſum eſt, & ideò etiam eorun-



eorundem cubi ſunt æquales, ergo parabola, D A F, erit æqualis parabolæ, M H F C, quod oſtendere opus erat.

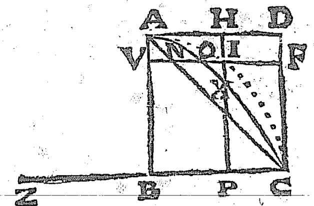
COROLLARIVM.

Hinc patet, ſi diametri, A R, H O, vel axis, & diameter ſint æqua-les, etiam, DF, XC, eſſe æquales, nam oſtenſum eſt, QC, eſſe æqualem ipſi, R F, eſt autem, X C, dupla, C Q, &, D F, dupla, F R, ideò etiam, X C, D F, ſunt, æquales.

THEOREMA XVII. PROPOS. XVIII.

Expoſita ſemiparabola cum dimidia baſi, & axi, vel diametro totius, & completo parallelogrammo ſub dicto axi, vel diametro. & ſemibaſi, deſcriptaque ellipſis quarta, vel circuli circa axem, vel diametrum, & ſemi-baſim dictam, tanquam circa ſemiaxes, vel ſemidiame-tros coniugatas integræ ellipſis, vel circuli; ſi deinde ſu-matur vtcunque punctum in ſemibaſi, per quod ducatur recta linea ad oppoſitum latus parallelogrammi paralle-la dictæ axi, vel diametro, portio huius inter ſemibaſim, & curuam ellipſis, vel circuli incluſa, erit media propor-tionalis inter incluſam oppoſitis lateribus parallelogram-mi iam dicti, & eadem ſemibaſi, ac curua parabolæ. Si verò ſumatur punctum in axi, vel diametro iam dicta, & per ipſum ducatur ſemibaſi parallela, producta vſq; ad latus oppoſitum parallelogrammi iam dicti, & iungantur extrema puncta curuæ parabolæ recta linea, huius portio incluſa inter axim, vel diametrum dictam, & curuam pa-rabolæ, erit media proportionalis inter eam, quæ inclu-ditur lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi, & eam, quæ includitur lateribus trianguli ſub dicta axi, vel diame-tro, & dicta ſemibaſi conſtituti.

Sit semiparabola, AOCB, in basi, BC, & axis, vel diameter integræ, AB, compleaturq; parallelogrammum, DB, & circa, AB, BC, tanquam semiaxes, vel semidiametros coniugatas, describatur quarta circuli, vel ellipsis, AICB, deinde sumatur in basi, BC, vtcunque punctum, P, & per, P, ducatur ipsi, AB, parallela, PH, secans curuam parabolæ in, X, & circuli, vel ellipsis, AIC, in, I. Dico ergo, IP, esse mediam proportionalem inter, HP, PX, producatur, CB, versus, B, in, Z, ita vt, BZ, sit æqualis, BC, est ergo quadratum, AB, vel quadratum, HP, ad quadratum, PI, vt rectangulum, ZBC, ad rectangulum, ZPC, .i. vt, AB, vel, HP, ad, PX, ergo vt, HP, ad, PI, ita erit, IP, ad, PX.



30. eum Sch.1.1. 3. huius. Iungantur puncta, A, C, & sumpto vtcunq. puncto, V, in, AB, per ipsum ducatur ipsi, BC, parallela, VF, secans curuam parabolæ in, O, & rectam, AC, in, N. Dico ergo, vt, FV, ad, VO, ita esse, VO, ad, VN; est enim quadratum, BC, vel quadratum, FV, ad quadratum, VO, vt, BA, ad, AV, .i. vt, BC, vel, FV, ad, VN, ergo erit, vt, FV, ad, VO, sic, VO, ad, VN, quæ ostendere oportebat.

THEOREMA XVIII. PROPOS. XIX.

PArabolæ sunt inter se, vt parallelogramma illis circumscripta latera habentia basibus, & eorundem axibus, vel diametris parallela.

9. huius. Patet hæc propositio, nam dictæ parabolæ sunt subsexquialteræ dictorum parallelogrammorum, & ideò sunt inter se, vt ipsa parallelogramma.

A. COROLL. SECTIO I.

HInc patet, conclusiones, quę de parallelogrammis collectæ sunt in Propos. 5.6.7.8. Lib. 2. suppositis quibusdam conditionibus in lateribus, vel in altitudine, & basi dictorum parallelogrammorum, posse colligi etiam pro parabolis easdem conditiones in axibus, vel diametris, vel altitudinibus, & basibus habentes; quia enim tunc dictæ conditiones reperiuntur etiam in lateribus circumscriptorum illis parallelogrammorum, vel in altitudine, & basi eorundem, quia basis est communis, & reliquum latus axi, vel diametro parabolæ æquidistans, ideò sequuntur illicò ostensæ conclusiones pro parallelogrammis; & consequenter etiam pro ipsis parabolis, quarum ipsa parallelogramma sunt sexquialtera, recipi possunt.

B. SECTIO II. B

QVia ergo ostensum est parallelogramma, quæ sunt in eadem altitudine, esse inter se, vt bases, & quæ in eadem basi, vel æqualibus basibus, esse inter se, vt altitudines, vel vt lineæ à verticibus ad bases cum æquali inclinatione ad easdem ductæ: ideò colligemus etiam parabolas, quæ sunt circa eundem axem, vel diametrum, esse inter se, vt bases; & quæ sunt in eadem, vel æqualibus basibus, esse inter se, vt altitudines, vel vt lineæ, quæ à verticibus eorundem ad bases cum æquali inclinatione ducuntur, siue illa sint axes, siue diametri.

C. SECTIO III. C

SImiliter colligemus parabolas habere rationem compositam ex ratione basium, & altitudinum, vel linearum, quæ à verticibus ducuntur, æqualiter basibus inclinatarum, siue sint axes, siue diametri.

D. SECTIO IV. D

ITem parabolæ habentes bases altitudinibus, vel lineis à verticibus ductis æqualiter inclinatis reciprocas erunt æquales; & parabolæ æquales, quarum diametri æqualiter ad bases sint inclinatæ, habebunt bases altitudinibus, vel lineis ductis à verticibus ad bases æqualiter inclinatis reciprocas.

E. SECTIO V. E

DEniq; parabolæ, quarum axes, vel diametri, ad bases æqualiter inclinati, ad easdem bases habent eandem rationem, sunt in dupla ratione basium, siue axium, vel diametrorum, vel vt quadrata eorundem: Nam parallelogramma his parabolis circumscripta sunt similia, & ideò sunt, vt quadrata laterum homologorum, quæ vel sunt axes, aut diametri, vel bases dictarum parabolarum, & ideò etiam ipsæ parabolæ sunt, vt quadrata axium, vel diametrorum æqualiter basibus inclinatarum, vel vt quadrata basium, quæ omnia facilè patent.

SCHO-

SCHOLIVM.

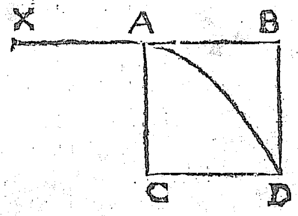
DEsiderari fortè tamen videtur, quod ostendamus has varietates parabolis contingere posse, nec easdem esse, exempligratia, vt circulos, quibus tantum contingit se habere, vt diametrorum quadrata, nec alia iisdem accidit variatio, propterea subsequens Theorema subiiciemus.

THEOREMA XIX. PROPOS. XX.

DAto quocunq; parallelogrammo, circa eiusdem duo latera angulum continentia semiparabola describi potest, cuius alterum eorundem laterum sit basis, alterum axis, vel diameter integræ parabolæ, ad quem dicta basis ordinatim applicatur.

Sit parallelogrammum quodcunque, A D, cuius sumantur vtcunque duo latera, A C, C D, circa angulum, A C D. Dico circa, A C, C D, semiparabolam describi posse, ita vt alterum ipsorum, A C, C D, sit basis dictæ semiparabolæ, alterum sit axis, vel diameter integræ parabolæ; Esto quod velimus, C D, esse basim, &, C A, axim, vel diametrum integræ parabolæ; applicetur ergo ad, A C, rectangulum æquale quadrato, C D, quod latitudinem faciat ipsam, X A, erit ergo quadratum, C D, æquale rectangulo sub, C A, A X, &, A X, erit linea, iuxta quam possunt, quæ à curua parabolæ transeunte per puncta, D, A, vertice, A, ad axim, vel diametrum, A C, ordinatim applicari possunt; erit ergo quædam semiparabola, cuius curua transibit per puncta, A D, in basi, C D, existente, A C, axi, vel diametro integræ parabolæ, sit autem dicta semiparabola, A C D, quod ostendere opus erat.

Schol. 40. lib. 1.



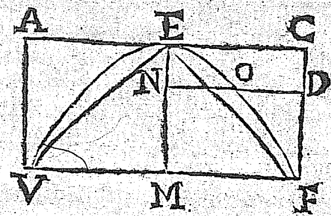
CO-

COROLLARIVM.

HInc liquet, si cuilibet parallelogrammo est inscriptibilis semiparabola tali pacto, quo dictum est, quod varietates, quæ parallelogrammis contingunt, etiam ipsis parabolis competere possunt.

THEOREMA XX. PROPOS. XXI.

OMnia quadrata parallelogrammi in eadem basi, & circa eundem axim, vel diametrum cum parabola, regula basi, sunt dupla omnium quadratorum ipsius parabolæ: Omnia verò quadrata parabolæ sunt sesquialtera omnium quadratorum trianguli in eadem basi, & circa eundem axim, vel diametrum cum ipsa constituti.



Sit ergo parabola, cuius basis, V F, axis, vel diameter, E M, sit etiam parallelogrammum, A F, & triangulum, E V F, in eadem basi, V F, & circa eundem axim, vel diametrum, E M. Dico, omnia quadrata, A F, regula, V F, omnium quadratorum parabolæ, V E F, esse dupla: Omnia verò quadrata parabolæ, V E F, omnium quadratorum trianguli, V E F, esse sesquialtera. Sumatur intra, E M, vtcunque punctum, N, per quod ipsi, V F, agatur parallela, N D, secans curuam parabolę in, O; est ergo quadratum, M F, vel quadratum, N D, ad quadratum, N O, vt, M E, ad, E N, est autem, E F, parallelogrammum in eadem basi, & altitudine cum semiparabola, E M F, regula est, M F, & punctum, N, sumptum vtcunque, per quod regulæ parallela ducta est, N D, repertumq; est, vt quadratum, D N, ad quadratum, N O, ita esse, M E, ad E N, ergo horum quatuor ordinum magnitudines erunt proportionales collectæ iuxta dictas quatuor magnitudines proportionales scilicet omnia quadrata, E F, magnitudines primi ordinis collectæ iuxta primam scilicet iuxta quadratum, N D, ad omnia quadrata semiparabolæ, E M F, magnitudines secundi ordinis collectas iuxta secundam scilicet iuxta quadratum, N O, erunt vt maxi-

Coroll. 3. 16. l. 2.

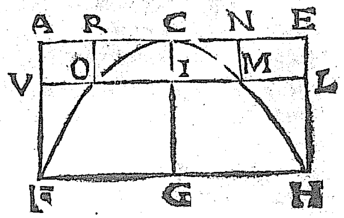
mæ

mæ abſciſſarum, E M, magnitudines tertij ordinis collectæ iuxta
tertiam .ſ. iuxta, M E, ad omnes abſciſſas ipſius, M E, magnitudi-
nes quarti ordinis collectas iuxta quartam .ſ. iuxta, E N, ſumptis
maximis abſciſſarum, E M, & eiuſdem omnibus abſciſſis, vel recti,
Coroll. 2. 19. l. 2. vel eiuſdem obliqui tranſitus; ſunt autem maximæ abſciſſarum, E
M, duplæ omnium abſciſſarum, E M, recti, vel eiuſdem obliqui
tranſitus, ergo & omnia quadrata, E F, erunt dupla omnium qua-
dratorum ſemiparabolæ, E M F, & eorum quadrupla .ſ. omnia
quadrata, A F, erunt dupla omnium quadratorum parabolæ, V E
F; Quarum ergo partium omnia quadrata, A F, erunt ſex, earum
omnia quadrata parabolæ, V E F, erunt tres, ſed quarum partium
omnia quadrata, A F, ſunt ſex, earum omnia quadrata trianguli,
E V F, ſunt duæ, quia omnia quadrata, A F, ſunt tripla omnium
24. l. 2. quadratorum trianguli, E V F, ergo quarum partium omnia qua-
drata parabolæ, V E F, ſunt tres, earum omnia quadrata triangu-
li, E V F, erunt duæ, ergo omnia quadrata parabolæ, V E F, erunt
ſexquialtera omnium quadratorum trianguli, V E F, quæ oſtende-
re oportebat.

THEOREMA XXI. PROPOS. XXII.

SI ad eundem axim, vel diametrum parabolæ ordinatim applicentur duæ rectæ lineæ parabolas conſtituentes, quarum altera ſumatur pro regula, harum parabolarum omnia quadrata erunt inter ſe, vt quadrata axium, vel diametrorum earundem.

Sint ergo ad eundem axim, vel diametrum, C G, parabolæ, F C H, duæ vtcunque ordinatim applicatæ, F H, O M, parabolas, F C H, O C M, abſcindentes, ſit autem regula altera harum ordinatim applicatarum, vt, F H. Dico omnia quadrata parabolæ, F C H, ad omnia quadrata parabolæ, O C M, eſſe vt quadratum, G C, ad quadratum, C I: Conſtituantur parallelogrammum, A H, in baſi, F H,



& circa axim, vel diametrum, C G, & parallelogrammum, R M, in baſi, O M, & circa axim, vel diametrum, C I. Quoniam ergo omnia

omnia quadrata, A H, ſunt dupla omnium quadratorum parabolæ, F C H, & omnia quadrata, R M, ſunt dupla omnium quadratorum parabolę, O C M, ideò omnia quadrata parabolę, F C H, ad omnia quadrata parabolę, O C M, erunt vt omnia quadrata, A H, ad omnia quadrata, R M: Omnia verò quadrata, A H, ad omnia quadrata, R M, habent rationem compoſitam ex ea, quam habet quadratum, F H, ad quadratum, O M, ideſt ex ea, quam habet, G C, ad, C I, & ex ea, quam habet, H E, ad, N M, quia illę cum baſibus, O M, F H, continent angulos ęquales, duę autem rationes, ſcilicet, quam habet, G C, ad, C I, &, H E, ad, N M, .i. G C, ad, C I, componunt rationem quadrati, G C, ad quadratum, C I, ergo omnia quadrata, A H, ad omnia quadrata, R M, vel omnia quadrata parabolę, F C H, ad omnia quadrata parabolę, O C M, erunt vt quadratum, G C, ad quadratum, C I, quod oſtendere opus erat.

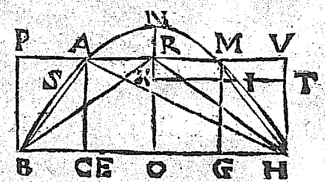
Ex antec.

11. l. 2.

THEOREMA XXII. PROPOS. XXIII.

IN figura Prop. 12. ſumpta regula ipſa, B H, oſtendemus omnia quadrata, P H, ad omnia quadrata fruſti, A B H M, eſſe vt, O N, ad compoſitam ex, N R, & $\frac{1}{2}$. R O: Omnia verò quadrata fruſti, A B H M, ad omnia quadrata trianguli, R B H, eſſe vt compoſitam ex, O N, dupla, N R, et $\frac{1}{2}$. R O, ad ipſam, N O.

Sumatur in, R O, vtcunq; punctum, X, per quod regulę, B H, parallela ducatur, X T, ſecans curuam parabolę in, I, eſt ergo quadratum, O H, vel quadratum, T X, ad quadratum, X I, vt, O N, ad, N X, eſt autem parallelogrammum, R H, in eadem baſi, & altitudine cum quadrilineo, R O H M, & punctum, X, ſumptum eſt vtcunque, ductaque, X T, regulæ parallela, repertum eſt quadratum T X, ad quadratum, X I, eſſe vt,



ON, ad, N X, ergo horum quatuor ordinum magnitudines erunt proportionales .ſ. omnia quadrata, R H, magnitudines primi ordinis collectę iuxta primam .ſ. iuxta quadratum, T X, ad omnia quadrata quadrilinei, R M H O, magnitudines ſecundi ordinis collectas iuxta ſecundā .ſ. iuxta quadratum, X I, erunt vt maximę abſciſſarum, O R, adiuncta], R N, ad omnes abſciſſas, O R, adiuncta, R N, quę ſunt

Coroll. 3. 26. l. 2.

magnitudines collectæ iuxta tertiam, & quartam .s. iuxta, ON, tertiam, &, NX, quartam, ijdem recti, vel eiusdem obliqui transitus sumptis: Quia verò datæ rectæ lineæ, OR, adiungitur, RN, ideò maximæ abscissarum, OR, adiuncta, RN, ad omnes abscissas, OR, adiuncta, RN, recti, vel eiusdem obliqui transitus, sunt vt, ON, ad compositam ex, NR, & ½. RO, ideò omnia quadrata, RH, ad omnia quadrata quadrilinei, RMHO, vel eorum quadrupla .i. omnia quadrata, PH, ad omnia quadrata frusti, ABHM, erunt vt, ON, ad compositam ex, NR, & ½. RO; Et conuertendo omnia quadrata frusti, ABHM, ad omnia quadrata, PH, erunt vt composita ex, NR, & ½. RO, ad, NO, omnia verò quadrata, PH, omnium quadratorum trianguli, RBH, sunt tripla .i. sunt vt, NO, ad ⅓. eiusdem, NO, ergo, ex æquali, omnia quadrata frusti. ABHM, ad omnia quadrata trianguli, BRH, erunt vt composita ex, NR, & ½. RO, ad ⅓. NO, vel vt horum tripla .s. vt composita ex tribus, NR, & sexquialtera, RO, ad ipsam, NO, porrò si iunxerimus vnam, NR, cum, RO, fiet integra, ON, cum duabus, NR, & dimidia, RO, æqualis triplæ, NR, & sexqualteræ, RO; ergo omnia quadrata frusti, ABHM, ad omnia quadrata trianguli, RBH, erunt vt composita ex dupla, NR, & dimidia, RO, cum, NO, ad ipsam, NO; quæ ostendere oportebat.

Corol. 20. l. 2.

24. l. 2.

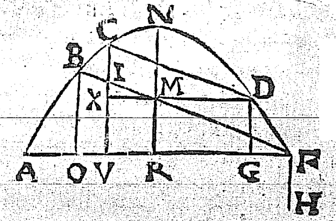
COROLLARIVM.

QVia autem probatum fuit omnia quadrata, PH, ad omnia quadrata frusti, ABHM, esse vt, NO, ad dimidiam, OR, cum, RN, sunt autem omnia quadrata, PH, ad omnia quadrata parallelogrammi, AG, vt quadratum, HO, ad quadratum, RM, .i. vt, ON, ad NR, ideò omnia quadrata, PH, ad omnia quadrata frusti, ABHM, ab ijsdem demptis omnibus quadratis, AG, erunt vt, NO, ad dimidiam ipsius, OR.

THEOREMA XXIII. PROPOS. XXIV.

SI intra curuam parabolæ ducatur vtcunq; recta linea in eandem terminata, & ad axem obliqua, deinde intra portionem ab ipsa resectam ducatur alia vtcunq; prædictæ parallela, agantur autem ab extremitate harum parallelarum lineæ axi æquidistantes: Vt basis resectæ portionis ad distantiam parallelarum ab extremitate ductarum, ita erit alia prædictæ parallela ad distantiam parallelarum ductarum ab eiusdem extremitate secundò dictæ.

Sit ergo intra curuam parabolicam, ABCDF, ducta vtcunque, BF, obliquè secans axem, NR, in eandem curuam terminata, agatur deinde intra portionem, BNF, resectam à, BF, recta, CD, parallela ipsi, BF; ducantur insuper à punctis, B, C, D, F, axi, NR, parallelæ, BO, CV, DG, FH, & à puncto, F, cadat ipsi, NR, perpendicularis, FA, secans parallelas, DG, NR, CV, BO, in punctis, G, R, V, O, poterunt ergo dictarum parallelarum distantiæ sumi in ipsamet, AF, nam ipsa perpendiculariter dictas parallelas secat, erit ergo, OF, distantia parallelarum, BO, FH, ab

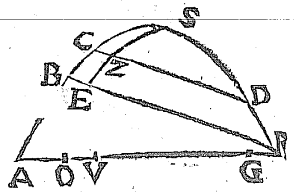


extremis punctis rectæ, BF, ductarum; pariter, VG, erit distantia parallelarum, CV, DG, ab extremis punctis, CD, ductarum. Dico ergo, BF, ad, FO, esse vt, CD, ad, VG: Ducantur à puncto, D, ipsi, CV, perpendicularis, DX, secans, BF, in, M, quoniam ergo anguli, BOF, CXD, sunt recti, ideò sunt inter se æquales, item angulus, OBF, est æqualis angulo, VIF, & VIF, ipsi angulo, XCD, ergo angulus, OBF, erit æqualis angulo, XCD, & ideò reliquus, OFB, reliquo, XDC, æqualis erit, & trianguli, BOF, CXD, similes erunt, vnde, BF, ad, FO, erit vt, CD, ad, DX, .i. ad, VG, quod ostendere opus erat. 46. Elem.

PROBLEMA II. PROPOS. XXV.

ASsumpta iterum superioris figura, dimissa axi, & eidem parallelis, BO, CV, DG, FH, & ipsa, DX, figuram plenam describere cum portione, BCDF, communem habens angulum mixtum sub, BF, & curua, FDC, qui sit ad punctum, F, ita vt quælibet in descripta figura recta linea ipsi, BF, æquidistanter ducta, sit distantia parallelarum axi, quæ ab extremis punctis eiusdem rectæ lineæ, productæ vsque ad curuam parabolicam, duci possunt: Vocetur autem hæc descripta figura; figura distantiarum portionis, siue parabolæ, BCDF.

Quoniam ergo, O F, est distantia parallelarum axi ductarum à punctis, B F, abscindatur à, B F, recta, F E, æqualis distantiæ, F O, insuper intelligatur adhuc ipsa, C D, ducta vtcunque parallela rectæ, B F, terminans in puncta, C D, curuæ parabolæ, & cum sit, V G, distantia parallelarum axi, quæ à punctis, C D, ducuntur, abscindatur ab ipsa, C D, versus, D, ipsa, D Z, æqualis distantiæ, V G; sic ductis in portione, B C D F, omnibus lineis, regula, B F, in earundem singulis intelligantur sumptæ distantiæ, sicut acceptæ fuerunt, E F, Z D, quarum extrema puncta sint in curua parabolica, F D C B, sint autem in huius curuæ ea parte, in qua sunt puncta, D F, patet ergo si sumamus punctum, S, verticem portionis, B S F, quod dictarum omnium linearum extrema puncta erunt in curua parabolica, quæ incipit à vertice, S, & desinit in, F; per alia ergo extrema puncta earundem distantiarum intelligatur ducta linea, S Z E. Dico figuram, S F E, comprehensam recta, E F, curua parabolica, S D F, & linea, S Z E, esse huiusmodi, quod, si duxerimus intra ipsam vtcunq; ipsi, B F, parallelam, quæ producatur vsq; ad curuam parabolicam, huius portio manens in figura, S E F, erit distantia parallelarum axi, quæ ducuntur ab extremis punctis ab eadem producta in curua parabolica signatis. Intelligatur ergo ducta vtcunque, D Z, ipsi, B F, parallela, & producta vsq; ad curuam parabolicam incidens illi in puncto, C, quoniam ergo, C D, est vna earum, quæ dicuntur omnes lineæ figuræ, B S F, portio eiusdem manens intra figuram, S E F, erit distantia parallelarum axi, quæ ab eiusdem extremis punctis ductæ intelliguntur, & hoc per constructionem patet, quoniam ab ipsa, C D, abscissa est, D Z, quæ terminat in lineam, S Z E, æqualis dictæ distantiæ, ergo figura, S E F, descripta est, qualem problema postulabat; quæ vocetur figura distantiarum portionis, siue parabolæ, B S F.



COROLLARIVM.

Qvià verò ostensum est, B F, ad distantiam parallelarum axi à, B, F, ductarum, esse vt, C D, ad distantiam parallelarum axi à punctis, C, D, ductarum, sunt autem, E F, Z D, æquales dictis distantijs, ideò erit, B F, ad, F E, vt, C D, ad, D Z, & sic erit quælibet ducta in portione, B S F, parallela ipsi, B F, ad eiusdem partem inclusam figura, S E F, vt, B F, ad, F E.

THEO-

THEOREMA XXIV. PROPOS. XXVI.

IN eadem antecedentis figura ostendemus omnia quadrata portionis, B S F, ad rectangula sub eadem portione, B S F, & sub figura, S E F, regula communi, B F, esse vt, B F, ad, F E.

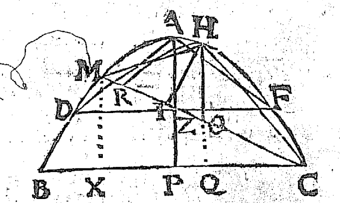
Est enim quadratum, B F, ad rectangulum sub, B F, F E, vt, B F, ad, F E; similiter ducta vtcunque, C D, parallela regulę, B F, ostendemus quadratum, C D, ad rectangulum, sub, C D, D Z, esse vt, C D, ad, D Z, est autem vt, B F, ad, F E, ita, C D, ad, D Z, ergo quadratum, B F, ad rectangulum, B F E, erit vt quadratum, C D, ad rectangulum, C D Z, sic ostendemus quamlibet ductam intra portionem, B S F, parallelam regulę, B F, ad eiusdem portionem inclusam figura, S F E, esse vt quadratum, B F, ad rectangulum sub, B F, F E, ergo quadratum, B F, ad rectangulum sub, B F, F E, erit vt omnia quadrata portionis, B S F, ad rectangula sub portione, B S F, & sub figura, S E F, vt autem quadratum, B F, ad rectangulum sub, B F, F E, ita, B F, ad, F E, ergo omnia quadrata portionis, B S F, ad rectangula sub portione, B S F, & figura, E S F, erunt vt, B F, ad, F E, quod ostendere opus erat. Corol. 4. l. 2.

THEOREMA XXV. PROPOS. XXVII.

SI intra curuam parabolæ duæ vtcunque ducantur rectæ lineæ in eandem terminatæ, quarum vna rectè, altera obliquè axim secet, sint autem constitutarum ab eisdem parabolarum diametri inter se æquales: Omnia quadrata parabolæ per eam, quæ rectè axim secat, constitutæ, regula eadem, erunt æqualia rectangulis sub parabola per obliquam ad axem constituta, regula eadem, & sub figura distantiarum eiusdem parabolæ per obliquam ad axem constitutæ.

Sint

Sint intra curuam parabolicam, B A C, duæ vtcunquæ ductæ in eandem terminatæ, D F, M C, quarum, D F, rectè, altera, M C, obliquè secet axem, A P, sit autem descripta linea, H R, vt sit constituta, H R C, figura distantiarum portionis, M F C, & ab eodem vertice, H, à quo ducitur linea, H R, ducatur, H Q, parallela axi, A P, & sint diametri, A Z, H O, parabolarum, D A F, M H C, inter se æquales. Dico ergo omnia quadrata parabolæ, D A F, regula, D F, esse æqualia rectangulis sub parabola, M H C, regula, M C, & sub, H R C, figura distantiarum eiusdem parabolæ, M H C. Iungantur ergo, D A, A F, M H, H C, & à puncto, M, ducatur, M X, axi, A P, æquidistans, à puncto verò, C, perpendicularis axi, A P, producta vsq; in, B, tandem à puncto, H, ipsa, H I, perpendicularis ipsi, M C: Omnia ergo quadrata, D A F, parabolæ, regula, D F, ad rectangula sub parabola, M H C, regula, M C, & sub trilineo, H R C, habent rationem compositam ex ea,
Defin. quam habent omnia quadrata parabolæ, D A F, regula, D F, ad
12.l.1. omnia quadrata parabolæ, M H C, regula, M C, & ex ea, quam habent omnia quadrata parabolę, M H C, regula, M C, ad rectangula sub parabola, M H C, & sub trilineo, H R C, regula eadem, M C: Omnia verò quadrata parabolæ, D M F, regula, D F, ad omnia quadrata parabolæ, M H C, regula, M C, sunt vt omnia quadrata trianguli, D A F, regula, D F, ad omnia quadrata trianguli, M H C, regula, M C, nam omnia quadrata parabolarum sunt sexquialtera omnium quadratorum triangulorum in



21.huius. eisdem basibus, & circa eosdem axes cum ipsis constitutorum, regulis basibus: Omnia insuper quadrata trianguli, D A F, regula, D F, ad omnia quadrata trianguli, M H C, regula, M C, habent ratio-
D.Corol. nem compositam ex ratione altitudinum, & quadratorum basium
22.l.2. .i. ex ratione, quam habet, A Z, ad, H I, & ex ratione, quam habet quadratum, D F, ad quadratum, M C, vel quadratum, Z F, ad quadratum, O C, est autem, A Z, æqualis ipsi, H O, ex hypo-
Corol. tesi, & Z F, ipsi, Q C, ergo omnia quadrata trianguli, D A F, ad
57.huius. omnia quadrata trianguli, M H C, regulis iam dictis, habebunt rationem compositam ex ea, quam habet, O H, ad H I, & ex ea, quam habet quadratum, Q C, ad quadratum, C O, quia verò trianguli, H I O, O Q C, sunt æquianguli, ideò, O H, ad, H I, erit vt, O C, ad, C Q, ergo illa habebunt rationem compositam ex ea, quam habet, O C, ad, C Q, & quadratum Q C, ad quadratum, C O, est autem

autem vt, O C, ad, C Q, ita, sumpta, Q C, communi altitudine, rectangulum sub, O C, C Q, ad quadratum, Q C, ergo ratio composita ex ea, quam habet, O C, ad, C Q, & quadratum, Q C, ad quadratum, C O, est eadem compositæ ex ea, quam habet rectangulum sub, O C, C Q, ad quadratum, C Q, & quadratum, C Q, ad quadratum, C O, .i. eadem ei, quam habet rectangulum sub, Q C, C O, ad quadratum, C O, .i. eadem ei, quam habet, Q C, ad, C O; ergo omnia quadrata trianguli, D A F, ad omnia quadrata trianguli, M H C, vel omnia quadrata parabolæ, D A F, ad omnia quadrata parabolæ, M H C, regulis iam dictis, erunt vt, Q C, ad, C O, quod serua.

Vlterius omnia quadrata parabolæ, M H C, ad rectangula sub Ex antec.
parabola, M H C, & trilineo, H R C, regula, M C, sunt vt, M C, ad, C R, vel ad, C X, .i. vt, O C, ad, C Q, ergo omnia quadrata parabolæ, D A F, regula, D F, ad rectangula sub parabola, M H C, & trilineo, H R C, regula, M C, habebunt rationem compositam ex ea, quam habet, Q C, ad, C O, & ex ea quam habet, C O, ad, Q C, idest habebunt eandem rationem, quam habet, Q C, ad, Q C, idest erunt illis æqualia, quod ostendere opus erat.

COROLLARIVM I.

Hinc patet omnia quadrata parabolæ, D A F, regula, D F, ad omnia quadrata parabolæ, M H C, regula, M C, esse vt Q C, ad, C O, vel, X C, ad C M, vel, D F, (quæ est æqualis ipsi, X C,) ad, M C, dum diametri, A Z, H O, sunt æquales, vt in Theoremate ostensum est.

COROLLARIVM II.

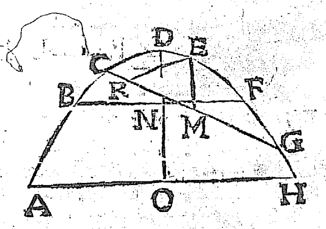
Patet vlterius, si intra curuam parabolicam duæ vtcunq; rectæ lineæ obliquè axem secantes, & in ipsam terminantes, ductæ fuerint, regula pro qualibet parabola sumpta earum basi, quod rectangula sub dictis parabolis per easdem constitutis, & sub figura distantiarum earundem parabolarum, inter se erunt æqualia, quotiescunq; diametri earundem sint æquales, vtraq; enim singillatim æquabuntur omnibus quadratis parabolæ, cuius basis secet perpendiculariter axem eiusdem qui sit æqualis diametris dictarum parabolarum, & pro qua sit regula eiusdem basis.

THEO-

THEOREMA XXVI. PROPOS. XXVIII.

SI intra curuam parabolicam duæ vtcunque ductæ fuerint rectæ lineæ in eandem terminantes, quarum vna rectè, altera obliquè secet axim; omnia quadrata constitutæ parabolæ per eam, quæ axim rectè secat, regula eadem, ad rectangula sub parabola constituta per obliquè secantem axem, regula huius basi, & sub figura distantiarum eiusdem parabolæ, erunt vt quadratum axis primò dictæ parabolæ ad quadratum diametri secundò dictæ parabolæ.

Sint igitur intra curuam parabolicam, A D H, duæ ductæ rectæ lineæ in eadem terminantes, quarum vna rectè, altera obliquè secet axim, si ergo constitutarum ab ijsdem parabolarum diametri sunt æquales, patet veritas Propositionis ex antecedenti Theor. non sint autem constitutarum parabolarum diametri æquales, sint autem duæ parabolas constituentes, A H, rectè secans axem, D O, & C G, obliquè ipsum diuidens, existatq; axis, D O, maior diametro parabolæ, C E G, quæ sit, E M, & sit ducta linea, E R, & constituta, E R G, figura distantiarum parabolæ, C E G. Dico ergo omnia quadrata parabolæ, A D H, regula, A H, ad rectangula sub parabola, C E G, & trilineo, E R G regula, C G, esse vt quadratum, D O, ad quadratum, E M, abscindatur ergo ab, O D, D N, æqualis ipsi, E M, & per, N, ducatur ipsi, A H, parallela, B F. Omnia ergo quadrata parabolæ, A D H, ad omnia quadrata parabolæ, B D F, regula communi, A H, vel, B F, sunt vt quadratum, O D, ad quadratum, D N, vel ad quadratum, E M, sed omnia quadrata parabolæ, B D F, regula, B F, sunt æqualia rectangulis sub parabola, C E G, & trilineo, E R G, regula, C G, ergo omnia quadrata parabolæ, A D H, regula, A H ad rectangula sub parabola, C E G, & trilineo, E R G, regula, C G, erunt vt quadratum, O D, ad quadratum, E M, quod erat ostendendum.



22. huius. Ex antec.

COROLLARIVM.

HInc patet, si duæ rectæ lineæ ad axem obliquæ parabolas constituerint, sumpta pro regula constitutæ parabolæ recta eam constituente, quoniam rectangula sub dictis parabolis, & figuris distantiarum earundem ad omnia quadrata parabolæ, cuius basis sit ad axim recta (quæ pro eadem sumatur pro regula) sunt, vt quadrata diametrorum earundem ad quadratum axis illius tertia parabolæ; quod ideò illa rectangulæ erunt inter se, vt diametrorum earundem parabolarum quadrata fuerint quoq; inter se.

THEOREMA XXVII. PROPOS. XXIX.

OMnia quadrata parabolarum, regulis basibus sunt inter se, vt omnia quadrata parallelogrammorum, in eisdem basibus, & circa eosdem axes, vel diametros existentium, regulis eisdem basibus.

Manifesta est hæc propositio, nam omnia quadrata dictarum parabolarum sunt subdupla omnium quadratorum eorundem parallelogrammorum, eisdem regulis assumptis, scilicet parabolarum basibus iam dictis. 21. huius.

A. COROLL. SECTIO I. A.

HInc colligimus conclusiones, quæ de omnibus quadratis parallelogrammorum collectæ sunt in Theorematibus 9. 10. 11. 12. 13. Lib. 2. regulis ibidem assumptis, suppositis quibusdam conditionibus circa altitudines, vel latera æqualiter basibus inclinata, & quadrata basium, vel ipsas bases, verificari etiam de omnibus quadratis parabolarum, suppositis eisdem conditionibus circa axes, vel altitudines, vel circa diametros æqualiter basibus inclinatas, & circa quadrata basium, vel easdem bases; nam his conditionibus axibus, vel altitudinibus, vel diametris, & quadratis basium, vel ipsis basibus competentibus, etiam altitudinibus, vel lateribus parallelogrammorum, æqualiter basibus inclinatis, & quadratis basium, vel eisdem basibus, pariter conueniunt, quæ quidem parallelogramma sint in eisdem basibus, & circa eosdem axes vel diametros cum parabolis; & ideò dictæ conclusiones, quæ tunc *colliguntur pro omnibus quadratis dictorum parallelogrammorum, pro omnibus quadratis etiam parabolarum eiſdem inſcriptionum, tamquam pro earundem partibus proportionalibus, ſcilicet dimidijs, pariter vt vera recipi poſſunt.*

B

B. SECTIO II.

9. l. 2. *ET quia oſtenſum eſt omnia quadrata parallelogrammorum in eadem altitudine ſtantium, regulis baſibus, eſſe inter ſe, vt quadrata baſium; & exiſtentium in eadem baſi eſſe, vt altitudines, vel etiam, vt latera eorundem æqualiter baſibus inclinata, ideò pariter hic colligemus omnia quadrata parabolarum in eadem altitudine exiſtentium, regulis baſibus, eſſe vt quadrata baſium, & exiſtentium in eadem baſi eſſe inter ſe, vt altitudines, vel vt diametros æqualiter baſibus inclinatas.*

C

C. SECTIO III.

10. l. 2. *SImiliter quia oſtenſum eſt omnia quadrata parallelogrammorum, regulis baſibus, habere inter ſe rationem compoſitam ex ratione quadratorum baſium, & altitudinum, vel laterum æqualiter baſibus inclinatorum; ideò colligemus, hic, omnia quadrata parabolarum regulis baſibus, habere inter ſe rationem compoſitam ex ratione quadratorum baſium, & altitudinum, vel diametrorum æqualiter baſibus inclinatorum.*

D

D. SECTIO IV.

COnſimili methodo colligemus, omnia quadrata parabolarum, egulis baſibus, quarum baſium quadrata altitudinibus, vel diametris æqualiter baſibus inclinatis reciprocantur, eſſe æqualia, & quæ ſunt æqualia, eſſe parabolarum, quarum altitudines, vel diametri æqualiter baſibus inclinatæ, baſium quadratis reciprocantur.

E

E. SECTIO V.

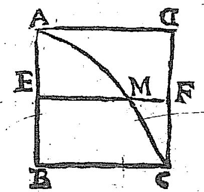
DEniq; & hoc obtinemus. nempè omnia quadrata parabolarum, regulis baſibus, quarum altitudines, vel diametri, baſibus æqualiter inclinatæ, ad eaſdem baſes eandem rationem habeant, eſſe inter ſe in tripla ratione baſium, vel altitudinum, vel diametrorum æqualiter baſibus inclinatarum; quæ omnia clarè, & facilè patent.

THEO-

THEOREMA XXVIII. PROPOS. XXX.

SI duæ rectæ lineæ ducantur, quarum altera parabolam tangat, altera verò axi, vel diametro parabolæ æquidiſtanter ducta eandem ſecet, in idem punctum concurrentes: Omnia quadrata parallelogrammi, regula tangente, erunt ſexcupla omnium quadratorum trilinei ſub dictis tangente, & ſecante, & curua parabolæ ab ijſdem incluſa, comprehenſi.

Sit ſemiparabola, A C B, quam tangat lineæ, A D, & à puncto, A, ducta, A B, axis, vel diameter, integræ parabolæ, deinde agatur vtcunque, D C, parallela axi, vel diametro, A B, ſecans curuam parabolæ in, C, & occurrens tangenti, A D, in, D, ducatur tandem à puncto, C, ipſi, A D, æquidiſtans, C B, ſecans, A B, in, B, regula autem ſit, A D. Dico ergo omnia quadrata parallelogrammi, A C, eſſe omnium quadratorum trilinei, A D C, ſexcupla: Omnia enim quadrata, A C, ad rectangula ſub, A C, & ſemiparabola, A B C, ſunt vt, A C, ad ſemiparabolam, A B C, .i. ſexquialtera .i. vt 6. ad 4. omnia autem quadrata, A C, ad omnia quadrata ſemiparabolę A B C, ſunt dupla ∴ vt 6. ad 3. ergo omnia quadrata, A C, ad reſiduum demptis omnibus quadratis ſemiparabolæ, A B C, à rectangulis ſub, A C, & ſemiparabola, A B C, .i. ad rectangula ſub ſemiparabola, A B C, & trilineo, A D C, erunt in ratione ſexcupla ideſt vt 6. ad 1. ad eadem verò bis ſumpta, vt 6. ad 2. quoniam verò omnia quadrata, A C, ad omnia quadrata ſemiparabolæ, A B C, ſunt vt 6. ad 3. vt dictum eſt, ideò omnia quadrata, A C, ad omnia quadrata ſemiparabolæ, A B C, cum rectangulis bis ſub ſemiparabola, A B C, & trilineo, A D C, erunt vt 6. ad 5. ergo ad reliquum ſcilicet ad omnia quadrata trilinei, A D C, omnia quadrata, A C, erunt vt 6. ad 1. ideſt erunt eorundem ſexcupla, quod oſtendere oportebat.



Coroll. 1. 26. l. 2.

21. huius.

Coroll. 23. l. 2.

D. 23. l. 2.

 A. CO-

A

A. COROLL. SECTIO I.

Hinc habetur omnia quadrata trilineorum sub tangentibus, & secantibus, veluti sunt, AD, DC, regulis tangentibus, esse inter se, vt omnia quadrata parallelogrammorum sub eisdem tangentibus, & secantibus, regulis iisdem tangentibus, quoniam dictorum trilineorum omnia quadrata sunt sextæ partes omnium quadratorum dictorum parallelogrammorum; Et ideò pro ipsis etiam has conclusiones colligemus, scilicet.

B

B. SECTIO II.

Si dicti trilinei fuerint in eadem altitudine, quòd omnia quadrata eorundem erunt inter se, vt basium quadrata .s. tangentium; Et si fuerint dicti trilinei in eadem basi scilicet tangente, dicta omnia quadrata erunt inter se, vt altitudines, vel, vt secantes æqualiter basibus scilicet tangentibus, inclinata.

C

C. SECTIO III.

Item quod omnia quadrata dictorum trilineorum habebunt inter se rationem compositam ex ratione quadratorum basium, & ex ratione altitudinum, vel secantium æqualiter basibus, scilicet tangentibus, inclinatarum.

D

D. SECTIO IV.

Pariter quod omnia quadrata dictorum trilineorum, quorum tangentium quadrata altitudinibus, vel secantibus æqualiter tangentibus inclinatis reciprocantur, esse æqualia; & quæ sunt æqualia, esse trilineorum, quorum basium, vel tangentium quadrata altitudinibus, vel secantibus æqualiter tangentibus inclinatis, reciprocantur.

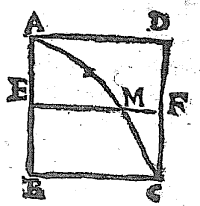
E. SECTIO V. E.

Tandem, quòd, si dictorum trilineorum secantes ad tangentes eandem rationem habuerint, omnia quadrata eorundem erunt in tripla ratione tangentium, vel secantium.

THEOREMA XXIX. PROPOS. XXXI.

Exponatur figura Theor. antecedentis, & intra parallelogrammum, AC, ducatur vtcunq; recta, EF, parallela ipsi, BC, quæ sumatur pro regula: Ostendemus .n. omnia quadrata, AC, demptis omnibus quadratis semiparabolæ, ABC, ad omnia quadrata, EC, demptis omnibus quadratis quadrilinei, MEBC, esse vt quadratum, AB, ad quadratum, BE.

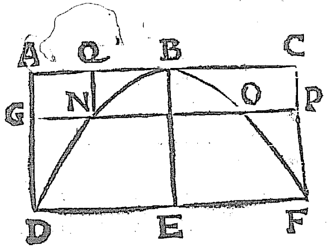
Omnia .n. quadrata, AC, ad omnia quadrata, EC, demptis
omnibus quadratis quadrilinei, EMCB, habent rationem compo-
sitam ex ea, quam habent omnia quadrata, AC, ad omnia qua-
drata, EC, idest ex ea, quam habet, AB, ad, BE, & ex ea, 10. l. 2.
quam habent omnia quadrata, EC, ad residuum, demptis ab iisdem
omnibus quadratis quadrilinei, MEBC,
.i. ex ea, quam habet, AB, ad $\frac{1}{2}$. BE,
duæ autem hæ rationes .s. quàm habet, 23. huius.
AB, ad, BE, &, AB, ad $\frac{1}{2}$. BE, com-
ponunt rationem quadrati, AB, ad re-
ctangulum sub, EB, & $\frac{1}{2}$. BE, .i. ad
dimidium quadrati, BE, ergo omnia 21. huius.
quadrata, AC, ad omnia quadrata, E
C, demptis omnibus quadratis quadrili-
nei, MEBC, erunt vt quadratum, AB,
ad dimidium quadrati, BE, sunt autem omnia quadrata, AC,
demptis omnibus quadratis semiparabolæ, ABC, dimidium
omnium quadratorum, AC, quia omnia quadrata, AC, sunt du-
pla omnium quadratorum semiparabolæ, ABC, ergo omnia qua-
drata, AC, demptis omnibus quadratis semiparabolæ, ABC, ad
omnia quadrata, EC, demptis omnibus quadratis quadrilinei, E
MCB, erunt vt dimidium quadrati, AB, ad dimidium quadrati,
BE, idest vt quadratum, AB, ad quadratum, BE, quod erat
demonstrandum.



THEOREMA XXX. PROPOS. XXXII.

SI parallelogrammum, & parabola fuerint in eadem basi, & circa eundem axim, vel diametrum constituta, basisque sumatur pro regula: Omnia quadrata dicti parallelogrammi ad omnia quadrata figuræ compositæ ex parabola, & alterutro trilineorum, qui fiunt extra parabolam, demptis omnibus quadratis eiusdem trilinei, erunt vt dictum parallelogrammum ad dictam parabolam; ad eadem verò cum omnibus quadratis illius trilinei erunt, vt dictum parallelogrammum ad dictam parabolam simul cum $\frac{1}{24}$. dicti parallelogrammi .i. vt 24. ad 17.

Sit ergo parallelogrammum, A F, in eadem basi, D F, & circa eundem axim, vel diametrum, B E, cum parabola, D B F, regula sit, D F. Dico omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, esse, vt, A F, ad parabolam, D B F, eadem verò ad omnia quadrata fig. C B D F, esse vt, A F, ad parabolam, D B F, cum $\frac{1}{24}$. parallelogrammi, A F; quoniam enim, B E, est axis, vel diameter tum parabolæ, D B F, tum parallelogrammi, A F, ideò si ducatur intra parallelogrammum, A F, vtcunq. recta linea parallela ipsi, D F, portiones eiusdem inclusæ trilineis, A D B, C F B, erunt inter se æquales, & ideò parabola, D B F, erit figura, qualem postulat Prop. 29. Lib. 3. quapropter omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, erunt vt, A F, ad parabolam, D B F.



Quoniam verò omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata, B F, sunt vt quadratum, D F, ad quadratum, F E. .i. quadrupla .i. vt 24. ad 6. omnia verò quadrata, B F, sunt sexcupla omnium quadratorum trilinei, B C F, .i. vt 6. ad 1. igitur omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata trilinei, B C F, erunt vt 24. ad 1. idest vt, A F, ad sui ipsius $\frac{1}{24}$. ergo omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, erunt vt, A F, ad parabolam, D B F, cum $\frac{1}{24}$. parallelogrammi, A F; parallelogrammum autem, A F, est sexquialterum parabolæ, D B F, .i. ad illam, vt 24. ad 16. ergo si numero 16. iungatur $\frac{1}{24}$. eiusdem parallelogrammi, A F, fient 17. igitur omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, erunt vt 24. ad 17. quod ostendendum erat.

30. huius.

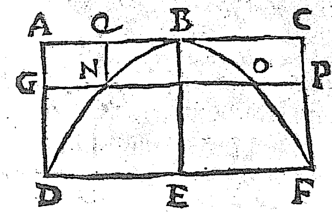
COROLLARIVM.

HInc patet omnia quadrata, A F, esse sexquialtera omnium quadratorum figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, nam sunt ad illa, vt, A F, ad parabolam, B D F, cuius parallelogrammum, A F, est sexquialterum. 1. huius.

THEOREMA XXXI. PROPOS. XXXIII.

IN eodem antec. Proposit. Schemate ostendemus omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis, B F, ad omnia quadrata, B F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, esse vt 11. ad 5.

Nam omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, ostensa sunt esse, vt 24. ad 17. eadem verò ad omnia quadrata, B F, sunt vt 24. ad 6. quia sunt eorum quadrupla, ergo ad residuum .f. ad omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnib. quadratis, B F, erunt vt 24. ad 11. conuertendo omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis, B F, ad omnia quadrata, A F, erunt vt 11. ad 24. Item omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata, B F, sunt vt 24. ad 6. omnia verò quadrata, B F, ad omnia quadrata trilinei, B C F, sunt vt 6. ad 1. ergo omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata trilinei, B C F, sunt vt 24. ad 1. eadem verò ad omnia quadrata, B F, sunt vt 24. ad 6. ergo omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata, B F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, erunt vt 24. ad 5. erant autem omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus

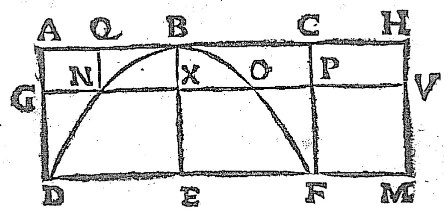


bus quadratis, B F, ad omnia quadrata, A F, vt 11. ad 24. ergo ex æquali, omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis B F, ad omnia quadrata, B F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, erunt vt 11. ad 5. quod erat ostendendum.

THEOREMA XXXII. PROPOS. XXXIV.

Assumpta eadem anteced. Theor. figura, si producatur basis, D F, (quæ retineatur pro regula) vtcunq; in, M, & per M, ipsi, B E, parallela ducatur, M H, cui occurrat, A C, producta, in ipso, H. Omnia quadrata, A M, demptis omnibus quadratis, C M, ad omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus quadratis quadrilinei, H B F M, erunt vt, A F, ad parabolam, D B F, idest erunt eorum sexquialtera: Quod facilè patebit, quia parabola, D B F, inscripta parallegrammo, A F, est figura, qualem postulat Proposit. 30. Lib. 3. Vlterius autem dico omnia quadrata, A M, ad omnia quadrata figuræ, B D M H, esse vt quadratum, D M, ad quadratum, M E, dimidium quadrati, E D, cum rectangulo sub sexquitertia, D E, & sub, E M.

In constructa figura igitur omnia quadrata figuræ, H B D M, per rectam, B E, diuiduntur in omnia quadrata semiparabolæ, B D C, in omnia quadrata, B M, & in rectangula bis sub semiparabola, B D E, & sub E H, nunc ad horum singula comparemus omnia qua- D. 23. l. 2.
drata, A M: Omnia igitur quadrata, A M, ad omnia quadrata, B M, sunt vt quadratum, D M, ad quadratum, M E, quod serua. Item omnia quadrata,



A M, ad omnia quadrata, A E, sunt vt quadratum, M D, ad quadratum, D E, omnia verò quadrata, A E, sunt dupla omnium quadratorum semiparabolæ, B D E, ergo omnia quadrata, A M, ad omnia quadrata semiparabolæ, B D E, sunt vt quadratum, M D, ad dimidium quadrati, D E, quod etiam serua. Tandem omnia qua-

quadrata, A M, ad rectangula sub, A E, E H, sunt vt quadratum, D M, ad rectangulum, D E M, rectangula verò sub, A E, E H, ad rectangula sub semiparabola, B D E, & sub, E H, sunt vt, A E, ad semiparabolam, B D E, (quia, E H, est parallelogrammum) idest sexquialtera .i. vt, D E, ad $\frac{2}{3}$. D E, .i. vt rectangulum sub, D E M, (sumpta, E M, communi altitudine) ad rectangulum sub $\frac{2}{3}$, D E, & sub, E M, ergo, ex æquali, omnia quadrata, A M, ad rectangula sub semiparabola, B D E, & sub, B M, erunt vt quadratum, D M, ad rectangulum sub $\frac{2}{3}$. D E, & sub, E M; ad eadem verò bis sumpta erunt, vt idem quadratum, D M, ad rectangulum bis sub $\frac{2}{3}$. D E, .i. sub sexquitertia, D E, semel, & sub, E M, ergo, colligendo, omnia quadrata, A M, ad omnia quadrata, B M, & ad omnia quadrata semiparabolæ, B D E, cum rectangulis bis sub, H E, & semiparabola, B D E, idest ad omnia quadrata figuræ, H B D M, erunt vt quadratum, D M, ad quadratum, M E, & dimidium quadrati, E D, cum rectangulo sub sexquitertia, D E, & sub, E M, simul iuncta quæ nobis erant demonstranda. Coroll. 1. 26. l. 2.

COROLLARIVM.

Hinc apparet, quod methodo huius in Propos. 32. ostendi poterat omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, esse vt 24. ad 17. prius demonstrando omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, esse vt quadratum, D F, ad quadratum, F E, $\frac{1}{2}$. quadrati, E D, & rectangulum sub sexquitertia, D E, & sub, E F, vt nempè 24. ad 17. veluti calculanti patebit, quod hic apposui, vt eam rationem etiam hoc pacto teneamus.

THEOREMA XXXIII. PROPOS. XXXV.

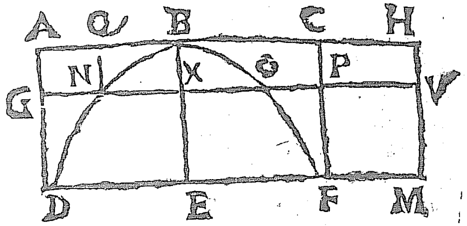
In eadem anteced. Propos. figura ostendemus omnia quadrata, B M, ad omnia quadrata figuræ, B F M H, esse vt quadratum, E M, ad quadratum, M F, cum rectangulo sub $\frac{2}{3}$. E F, & sub, F M, vna cum $\frac{1}{6}$. quadrati, E F, regula eadem retenta.

Omnia .n. quadrata figuræ, B F M H, per rectam, C F, diuiduntur in omnia quadrata, C M, in omnia quadrata trilinei, B C F, & in rectangula bis sub trilineo, B C F, & sub, C M; ad horum ergo singula comparemus omnia quadrata, B M; hæc igitur ad omnia D. Corol. 23. l. 2.

quadrata, C M, sunt vt quadratum, E M, ad quadratum, M F, quod serua. Item omnia quadrata, B M, ad omnia quadrata, B F, sunt vt quadratum, M E, ad quadratum, E F, omnia verò quadrata, B F, sunt sexcupla omnium quadratorũ trilinei, B C F, .i. sunt ad illa, vt quadratum, E F, ad eiusdem $\frac{1}{6}$. ergo, ex æquali, omnia quadrata, B M, ad omnia quadrata trilinei, B C F, sunt vt quadratum, E M, ad $\frac{1}{6}$. quadrati, E F, quod etiã serua. Tandem omnia quadrata, B M, ad rectangula sub, B F, F H, sunt vt quadratum, E M, ad rectangulum sub, E F, F M, rectangula verò sub, B F, F H, ad rectangula sub trilineo, B F C, & sub, C M, sunt vt, B F, ad trilineum, B C F, (nam, C M, est parallelogrammum) idest sunt eorum tripla. i. sunt vt, E F, ad $\frac{1}{3}$. E F, .i. vt rectangulum, E F M, ad rectangulum sub $\frac{1}{3}$. E F, & sub, F M, ergo, ex æquali, omnia quadrata, B M, ad rectangula sub trilineo, B C F, & sub, F H, erunt vt quadratum, E M, ad rectangulum sub $\frac{1}{3}$. E F, & sub, F M, ad eadem verò bis sumpta, vt quadratum, E M, ad rectangulum bis sub $\frac{1}{3}$. E F, & sub, F M, idest semel sub $\frac{2}{3}$. E F, sub, F M, ergo, colligendo, omnia quadrata, B M, ad omnia quadrata, C M, ad omnia quadrata trilinei, B C F, & ad rectangula bis sub trilineo, B C F, & sub, F H, .i. ad omnia quadrata figuræ, B F M H, erunt vt quadratum, E M, ad quadratum, M F, rectangulum sub $\frac{2}{3}$. E F, & sub, F M, vna cum $\frac{1}{6}$. quadrati, E F, quod ostendere opus erat.

30. huius.

Coroll. 1. 26. l. 2.



COROLLARIVM.

Hinc colligimus omnia quadrata, B M, ad residuum, demptis ab eisdem omnibus quadratis figuræ, B F M H, esse vt quadratum, E M, ad residuum, demptis à quadrato, E M, his omnibus .s. quadrato, F M, rectangulo sub, M F, & $\frac{2}{3}$. F E, cum $\frac{1}{6}$. quadrati, E F, hoc autem residuum est rectangulum sub, M F, & sexquitertia, F E, cum $\frac{5}{6}$. quadrati, E F; nam si à quadrato, E M, dempseris quadratum, F M, remanebunt duo rectangula sub, M F: F E, cum quadratum, F E vlterius si à rectangulo bis sub, M F, F E, dempseris rectangulum sub, M F, & $\frac{2}{3}$. F E, idest

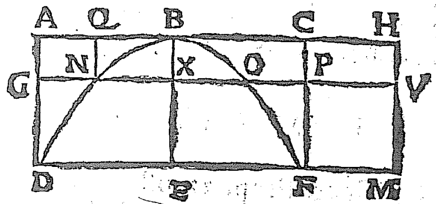
rectangulum bis sub, M F, & sub $\frac{1}{3}$. F E: remanebit rectangulum bis sub, M F, & $\frac{2}{3}$. F E, idest semel sub, M F, & sexquitertia, F E: Tandem ablato $\frac{1}{6}$. a quadrato, F E, remanent $\frac{5}{6}$. eiusdem quadrati, vnde omnia quadrata, B M, ad residuum, demptis omnibus quadratis figuræ, B F M H, erunt vt quadratum, E M, ad rectangulum sub, M F, & sexquitertia, F E, cum $\frac{5}{6}$. quadrati, F E.

THEOREMA XXXIV. PROPOS. XXXVI.

In eodem Schemate Theor. Prop. 34. ostendemus omnia quadrata figuræ, B D M H, demptis omnibus quadratis, B M, ad omnia quadrata, B M, demptis omnibus quadratis figuræ, B F M H, esse vt, E M, cum $\frac{1}{2}$. E M, & $\frac{1}{4}$. E D, ad, M F, cum $\frac{1}{2}$. M F, & $\frac{1}{6}$. F E.

Omnia enim quadrata, A M, ad omnia quadrata figuræ, D B H M, ostendimus esse, vt quadratum, D M, ad quadratum, M E, rectangulum sub, M E, & sexquitertia, E D, cum $\frac{1}{6}$. quadrati, E D, eadem verò ad omnia quadrata, B M, sunt vt quadratum, D M, ad quadratum, M E, ergo omnia quadrata, A M, ad omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus quadratis, B M, erunt vt quadratum, D M, ad rectangulum sub, M E, & sexquitertia, E D, cum $\frac{1}{6}$. quadrati, E D, &, conuertendo, hæc ad illa erunt, vt rectangulum sub sexquitertia, E D, cum $\frac{1}{6}$. quadrati, E D, ad quadratum, D M: Omnia verò quadrata, A M, ad omnia quadrata, B M, sunt vt quadratum, D M, ad quadratum, M E, & tandem omnia quadrata, B M, ad eorum residuum, demptis omnibus quadratis figuræ, B H M F, sunt vt quadratum, E M, ad rectangulum sub, M F, & sexquitertia, F E, cum $\frac{5}{6}$. quadrati, F E, ergo, ex æquali, omnia quadrata figuræ, B D M H, demptis omnibus quadratis, B M, ad omnia quadrata, B M, demptis omnibus quadratis figuræ, B F M H, erunt vt rectangulum sub, M E, & sexquitertia, E D, cum $\frac{1}{6}$. quadrati, E D, ad rectangulum sub, M F, & sexquitertia, F E, cum $\frac{5}{6}$. quadrati, F E, quia verò rectangulum sub, M E, & sexquitertia, E D, æquatur rectangu-

34. huius.



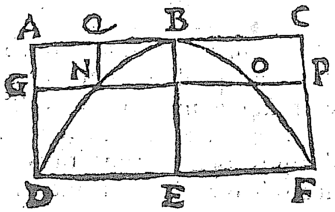
Ex Corol. antec.

ctangulo ſub ſexquitertia, M E, & ſub, E D, quia baſes eorum
ſunt altitudinibus reciprocę, & eadem ratione rectangulum ſub ſex-
quitertia, E F, & ſub, F M, æquatur rectãgulo ſub E F, & ſexquitertia,
F M, ideò ſupradicta ratio erit eadem ei, quam habet rectangulũ ſub,
D E, vel, E F, & ſub ſexquitertia, E M, cum $\frac{1}{2}$. quadrati, D E, ideſt
cum rectangulo ſub, E F, & $\frac{1}{2}$. E F, ad rectangulum ſub, E F, & ſub
ſexquitertia, F M, cum $\frac{5}{6}$. quadrati, E F, ideſt cum rectangulo ſub,
E F, & $\frac{5}{6}$. E F, duo autem rectangula ſub, E F, & ſub ſexquitertia,
E M, & ſub, E F, & $\frac{1}{2}$. E F, conficiunt rectangulum ſub, E F, & ſub
compoſita ex $\frac{1}{2}$. E F, & ſexquitertia, EM; pariter alia duo rectan-
gula ſub, E F, & $\frac{5}{6}$. E F, & ſub, E F, & ſexquitertia, F M, conficiunt
rectangulum ſub, E F, & compoſita ex $\frac{5}{6}$. E F, & ſexquitertia, F M,
ergo omnia quadrata figuræ, B D M H, demptis omnibus quadra-
tis, B M, ad omnia quadrata, B M, demptis omnibus quadratis figu-
1.4.elem. ræ, B F M H; erunt vt rectangulum ſub, E F, & compoſita ex $\frac{1}{2}$. E
F, & ſexquitertia, E M, ad rectangulum ſub eadem altitudine, E F,
& ſub compoſita ex $\frac{5}{6}$. E F, & ſexquitertia, F M, .i. vt compoſita
ex $\frac{1}{2}$. E F, vel $\frac{1}{2}$. E D, & ſexquitertia, E M, ad compoſitam ex $\frac{5}{6}$. E
F, & ſexquitertia, F M, ideſt vt, E M, cum $\frac{1}{3}$. M E, & $\frac{1}{2}$. E D, ad, M
F, cum $\frac{1}{3}$. M F, & $\frac{5}{6}$. F E, quod oſtendere oportebat.

THEOREMA XXXV. PROPOS. XXXVII.

IN figura Prop. 32. oſtendemus, regula, D F, omnia quadrata ſemiparabolæ, D B E, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, eſſe vt octaua pars, D F, ad duas tertias eiuſdem, D F, .i. vt 3. ad 16.

Nam omnia quadrata ſemiparabolæ, B D E, ſunt dimidium omnium quadratorum, A E, ideſt



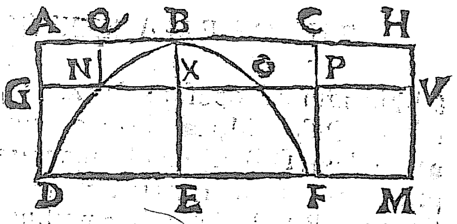
20. huius. ſunt ad illa, vt $\frac{1}{2}$. quadrati, D E, ad quadratum, D E, item omnia quadrata, A E, ad omnia quadrata, A F, ſunt vt quadratum, D E, ad quadratum, D F; tandem omnia quadrata,
Corol. 32. huius. D F, ad omnia quadrata figurę, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, ſunt ſexquialtera, ideſt ſunt vt quadratũ, D F, ad rectangulum ſub, D F, & $\frac{2}{3}$. D F, ergo, ex æquali, omnia qua-

quadrata ſemiparabolæ, B D C, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, erunt vt dimidium quadrati, D E, .i. vt rectangulum ſub $\frac{1}{8}$. D F, & ſub, D F, ad rectã-gulum ſub $\frac{2}{3}$. D F, & ſub, D F, .i. vt $\frac{1}{8}$. D F, ad $\frac{1}{3}$. D F, .i. vt $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$. D F, ad $\frac{1}{2}$ $\frac{6}{4}$. D F, .i. vt 3. ad 16. quod oſtendere opus erat.

THEOREMA XXXVI. PROP. XXXVIII.

IN figura Prop. 34. adhuc oſtendemus omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus quadratis figuræ, B H M F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, eſſe vt, D M, M F, ad, F D.

Quoniam .n. omnia quadrata, A M, demptis omnibus quadratis, C M, ſunt ad omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus quadratis figuræ, B H M F, vt, A F, ad parabolam, D B F, 34. huius.



.ſ. vt omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, ergo, permutando, omnia quadrata, A M, demptis omnibus quadratis, C M, ad omnia quadrata, A F, erunt vt omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus quadratis figuræ, H B F M, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, ſunt autem omnia quadrata, A M, demptis omnibus quadratis, C M, ad omnia quadrata, A F, vt rectangulum bis ſub, M F, F D, cum quadrato, F D, .i. rectangulum ſub compoſita ex, DM, M F, & ſub, F D, ad quadratum, F D, .i. vt compoſita ex, D M, M F, ad, F D, ergo omnia quadrata figuræ, D M, H B, demptis omnibus quadratis figuræ C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, erunt vt, D M, M F, ad, F D, quod oſtendere opus erat.

THEOREMA XXXVII. PROP. XXXIX.

IN Schemate adhuc Prop. antec. ostendemus omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus quadratis figuræ, B H M F, esse ad omnia quadrata semiparabolæ, B D E, vt, D M, M F, ad $\frac{-}{1}\frac{3}{6}$. ipsius, F D.

Nam omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus qua-
37. huius dratis figuræ, B H M F, ad omnia quadrata figuræ, C B D F, dem-
ptis omnibus quadratis trilinei, B C F, ostensa sunt esse, vt, D M, M
F, ad, F D, hæc autem ad omnia quadrata semiparabolæ, B D E,
sunt vt $\frac{2}{3}$. F D, ad $\frac{1}{8}$. ipsius, F D, .s. vt, F D, ad $\frac{-}{1}\frac{3}{6}$. F D, ergo, ex æ-
quali, omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus qua-
dratis figuræ, B H M F, ad omnia quadrata semiparabolæ, B D E,
erunt vt, D M, M F, ad $\frac{-}{1}\frac{3}{6}$. ipsius, F D, quod ostendere opus erat.

THEOREMA XXXVIII. PROP. XL.

SI in figuris Propos. 32. & 34. ducantur, G P, G V, regulis, D F, D M, parallelæ, ostendemus (si ipsę secauerint parabolam, D B F,) omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, ad omnia quadrata figuræ, C B N P, demptis omnibus quadratis quadrilinei, B C P O. Vel omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus quadratis figuræ, B H M F, ad omnia quadrata figuræ, H B N V, demptis omnibus quadratis, H V O B, esse vt parabolam, D B F, ad parabolam, N B O.

Demonstratio præsentis, Theor. erit conformis demonstrationibus Prop. 19. 20. Lib. 3. quapropter inde petatur.

COROLLARIVM.

Hinc colligemus omnia quadrata figuræ, H B D M, demptis omnibus quadratis figuræ, B H M F, ad omnia quadrata figuræ, H B N V, demptis omnibus quadratis figuræ, B H V O, esse vt omnia quadrata figuræ, C B D F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C F, ad omnia

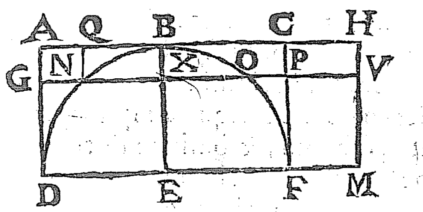
qua

quadrata figuræ, C B N P, demptis omnibus quadratis quadrilinei, B C P O; & vtraque esse, vt cubum, D F, ad cubum, N O. Ex 20. huius.

THEOREMA XXXIX. PROPOS. XLI.

IN eisdem figuris ostendemus, regulis adhuc ipsis, D M, D F, omnia quadrata figuræ, C B D F, ad omnia quadrata figuræ, C B N P, esse vt parallelepipedum sub, B E, & $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$. quadrati ipsius, D F, ad parallelepipedum sub, B X, & his spatijs simul compositis .s. quadrato, X P, $\frac{1}{2}$. quadrati, N X, & rectangulo sub sexquitertia, N X, & sub, X P: Omnia verò quadrata figuræ, H B D M, ad omnia quadrata figuræ, H B N V, esse vt parallelepipedum sub, B E, & his spatijs .s. quadrato, M E, $\frac{1}{2}$. quadrati, E D, & rectangulo sub sexquitertia, D E, & sub, E M, ad parallelepipedum sub, B X, & his spatijs .s. quadrato, V X, $\frac{1}{2}$. quadrati, X N, & rectangulo, sub sexquitertia, N X, & sub, X V.

Ducatur per, N, ipsi, B E, parallela, N Q, in vtraq; figura, igitur omnia quadrata figuræ, C B D F, ad omnia quadrata figuræ, C B N P, habēt rationem compositam ex ea, quam habent omnia quadrata figuræ, C B D F, ad omnia quadrata, A F, .i. ex ea, quam habent $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$. quadrati, D F, ad



quadratum, D F, & ex ratione omnium quadratorum, A F, ad omnia quadrata, A P, .i. ex ratione, E B, ad, B X, & ex ratione omnium quadratorum, A P, ad omnia quadrata, Q P, .i. ex ratione quadrati, G P, vel quadrati, D F, ad quadratum, P N, & tandem ex ratione omnium quadratorum, Q P, ad omnia quadrata figurę, C B N P, .i. ex ratione quadrati, N P, ad quadratum, P X, cum $\frac{1}{2}$. quadrati, X N, & cum rectāgulo sub sexquitertia, N X, & sub, X P, harum autem rationum istæ .s. quam habent $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$. quadrati, D F, ad quadratum, D F, quadratum, D F, ad quadratum, N P, & quadratum, N P, ad hęc simul .s. quadratum, P X, $\frac{1}{2}$. quadrati, N X, & rectangulum sub sexqui-

32. huius
34. huius.

qui-

quitertia, NX, & ſub, X P, conficiunt rationem $\frac{1}{}\frac{7}{4}$. quadrati, DF, ad hæc ſpatia vltimo dicta, hæc vero ratio, cum ea, quam habet, E B, ad B X, conficit rationem parallelepidi ſub, B E, & $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$. quadrati, D F, ad parallelepipedum ſub, B X, & dictis ſpatijs vltimò dictis, ſcilicet quadrato, P X, $\frac{1}{2}$, quadrati, N X, & rectangulo ſub ſexquitertia, N X, & ſub, X P, ergo omnia quadrata figuræ, C B D F, ad omnia quadrata figuræ, C B N P, erunt vt parallelepipedum ſub, B E, & $\frac{1}{3}\frac{7}{3}$. quadrati, D F, ad parallelepipedum ſub, B X, & dictis ſpatijs vltimo dictis.

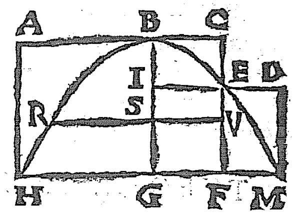
Eadem methodo compoſitionis proportionum, ſumptis medijs omnibus quadratis, A M, A V, Q V, inter omnia quadrata figurarum, H B D M, H B N V, oſtendemus pariter omnia quadrata figuræ, H B D M, ad omnia quadrata figuræ, H B N V, eſſe vt parallelepipedum ſub, B E, & his ſpatijs .ſ. quadrato, M E, $\frac{1}{2}$, quadrati, E D, & rectangulo ſub ſexquitertia, D E, & ſub, E M, ad parallelepipedum ſub, B X, & ſub his ſpatijs .ſ. quadrato, V X, $\frac{1}{2}$. quadrati, X N, & rectangulo ſub ſexquitertia, X N, & ſub, X V, quæ erant nobis oſtendenda.

THEOREMA XL. PROPOS. XLII.

Si intra parabolam axi, vel diametro eiuſdem parallela ducatur recta linea in curuam, & baſim parabolæ terminata, quæ baſis ſumatur pro regula, ducta verò tangente parabolam in termino dicti axis, vel diametri, & producta dicta parallela vſque ad ipſam, compleatur parallelogrammum ſub ipſa, & baſis maiori portione: Omnia quadrata conſtituti parallelogrammi ad omnia quadrata reſiduæ figuræ eodem incluſæ parallelogrammo, ab eodem dempto trilineo extra ſemiparabolam facto, erunt vt quadratum baſis dicti fruſti ad quadratum reſidui eiuſdem baſi, dempta ab eadem dimidia baſis totius parabolæ, ſimul cum $\frac{1}{2}$. quadrati huius dimidiæ, & rectangulo ſub ſexquitertia talis dimidiæ, & eodem baſis reſiduo iam dicto.

Sit

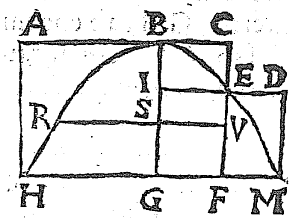
Sit ergo parabola, H B M, cuius axis, vel diameter, B G, baſis, H M, ducatur autem intra ipſam eidem, B G, parallela, E F, ducta verò tangente, A C, in termino, B, quæ erit parallela baſi, H F, producatur verſus, F E, illi productæ occurrens in, C, & compleatur parallelogrammum, A F, regula verò ſit, H M. Dico ergo omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B H F, eſſe vt quadratum, H F, ad quadratum, F G, $\frac{1}{2}$. quadrati, G H, & rectangulum ſub ſexquitertia, H G, & ſub, G F. Hęc autem erit conſimilis demonſtrationi ſecundæ partis Theor. 32. ideo inde colligatur.



THEOREMA XLI. PROPOS. XLIII.

In eadem anteced. Propoſit. figura oſtendemus omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B H F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C E, eſſe vt parallelepipedum ſub, B G, & quadrato, H F, ad reliquum parallelepipedi ſub, B G, & his ſpatis .ſ. quadrato, F G, $\frac{1}{2}$. quadrati, G H, & rectangulo ſub ſexquitertia, H G, & ſub, G F, ab eodem dempto $\frac{1}{3}$. parallelepipedi ſub, C E, & quadrato, F G.

Nam omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata, B F, ducta per, E, ipſa, E I, æquidiſtans, H M, ſunt vt parallelepipedum ſub, A H, & quadrato, H F, ad parallelepipedum ſub, B I, & quadrato, I E, ſunt autem omnia quadrata, B E, ſexcupla omnium quadratorum trilinei, B C E, ideò omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata trilinei, B C E, erunt vt parallelepipedum ſub, A H, vel, B G, & ſub quadrato, H F, ad parallelepipedi ſub, B I, & quadrato, I E, ſextam partem: Quia verò omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B H F, ſunt vt quadratum, H F, ad hæc ſpatia .ſ. quadratum FG, $\frac{1}{2}$. quadrati, H G, & rectangulum ſub ſexquitertia, H G, & ſub, G F, .i. ſumpta, B G, communi altitudine, vt parallelepipedum ſub, B G, & quadrato, H F, ad parallele- 11. l. 2. 30. huius. 34. huius.



 lele-

lelepipedum sub, B G, & dictis spatijs, ideò omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata figuræ, C B H F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C E, erunt vt parallelepipedum sub, B G, & quadrato, H F, ad residuum, dempta sexta parte parallelepipedi sub, B I, vel, C E, excessu, B G, super, E F, & sub quadrato, I E, à parallelepipedo sub, B G, & dictis spatijs .s. quadrato, F G, $\frac{1}{2}$. quadrati, G H, & rectangulo sub sexquitertia, H G, & sub, G F.

THEOREMA XLII. PROPOS. XLIV.

In eadem figura Prop. 42. ducta intra frustum parabolæ, E B H F, recta, V R, parallela basi, H M, ostendemus omnia quadrata figuræ, C B H F, ad omnia quadrata figuræ, C B R V, esse vt parallelepipedum sub, B G, & his spatijs .s. quadrato, F G, $\frac{1}{2}$. quadrati, G H, & rectangulo sub sexquitertia, H G, & sub, G F, ad parallelepipedum sub, B S, & sub his spatijs, scilicet quadrato, V S, $\frac{1}{2}$. quadrati, S R, & rectangulo sub sexquitertia, R S, & sub, S V.

Huius demonstratio non est alia à demonstratione Propos. 41. ideò ibi in secunda eiusdem parte recolatur.

THEOREMA XLIII. PROP. XLV.

In eodem Propos. 42. Schemate ostendemus omnia quadrata figuræ, C B H F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C E, ad omnia quadrata semiparabolæ, B H G, esse vt reliquum parallelepipedi sub, B G, & his spatijs .s. quadrato, F G, $\frac{1}{2}$. quadrati, G H, & rectangulo sub, F G, & sexquitertia, G H, ab eodem dempta sexta parte parallelepipedi sub, C E, & quadrato, F G, ad dimidium parallelepipedi sub, B G, & quadrato, G H.

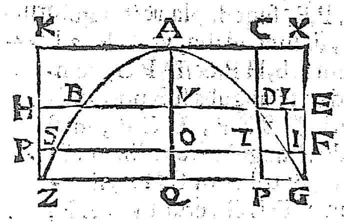
Etenim omnia quadrata figuræ, C B H F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C E, ad omnia quadrata, A F, conuertendo, sunt vt parallelepipedum sub, B G, & his spatijs, scilicet quadrato, F G, $\frac{1}{2}$. quadrati, G H, & rectangulo sub, F G, & sexquitertia, G H, ab eodem dempto $\frac{1}{6}$. parallelepipedi sub, C E, & quadrato, F G, ad

G, ad parallelepipedum sub, B G, & quadrato, H F; item omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata, A G, sunt vt quadratum, F H, ad quadratum, H G, .s. sumpta, B G, communi altitudine, vt parallelepipedum sub, B G, & quadrato, F H, ad parallelepipedum sub, B G, & quadrato, H G. Tandem omnia quadrata, A G, dupla sunt omnium quadratorum semiparabolæ, B H G, ergo, ex æquali, omnia quadrata figuræ, C B H F, demptis omnibus quadratis trilinei, B C E, ad omnia quadrata semiparabolæ, B H G, erunt vt parallelepipedum sub, B G, & his spatijs .s. quadrato, F G, $\frac{1}{2}$. quadrati, G H, & rectangulo sub, F G, & sexquitertia, G H, ab eodem dempto $\frac{1}{6}$. parallelepipedi sub, C E, & quadrato, F G, ad dimidium parallelepipedi sub, B G, & quadrato, G H, quod erat demonstrandum.

THEOREMA XLIV. PROP. XLVI.

In parabola ducta axi, vel diametro æquidistanter recta linea, si deinde fiat parallelogrammum sub eadem ducta, & sub basi, angulum habens æqualem angulo inclinationis eiusdem ductæ ad basim, regula sumpta basi. Rectangula sub parallelogrammis, in quæ dictum parallelogrammum diuiditur à ducta linea, sunt dupla rectangulorum sub portionibus frusti parabolæ, dicto parallelogrammo inclusæ, per eandem ductam constitutis.

Sit parabola, A Z G, in basi, Z G, circa axim, vel diametrum, A Q, cui parallela ducatur vtcumque recta, D P, fiat autem parallelogrammum sub, Z Q, D P, angulum habens æqualē angulo inclinationis, D P, ad, Z G, .i. angulo, qui fit, D P G, vtcunque ex duobus, D P G, D P Z, sit autem hoc parallelogrammum, H G, regula verò, H G. Dico ergo, rectāgula



sub, HP, PE, dupla esse rectāgulorū sub portionibus, B D P Z, D G P. Sumpto ergo vtcunq; in, D P, puncto, T, per, T, ducatur, R F, ipsi, Z G, æquidistans secansq; curuam parabolæ in, S I, &, A Q, in, O. Rectangulum ergo, Z P Q, ad rectangulum, S T I, habet rationem

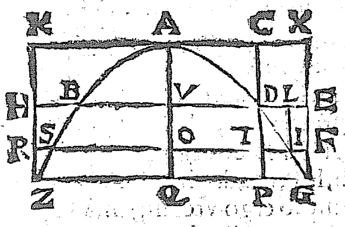
 com-

compositam ex ea, quam habet rectangulum, Z PG, ad rectangulum, Z Q G, idest ex ea, quam habet, D P, ad, A Q, & ex ratione rectanguli, Z Q G, ad rectangulum, S O I, vel quadrati, Q G, ad quadratum, O I, idest ex ea, quam habet, Q A, ad,
3. huius. A O, & ex ratione rectanguli, S O I, ad rectangulum, S T I, idest ex ratione, A O, ad, D T, ergo rectangulum, Z P G, vel, R T F, ad rectangulum, S T I, erit vt, P D, ad D T, abscissam. Et quoniam,
3. huius. H G, est parallelogrammum in eadem basi, & altitudine cum frusto, B Z G D, & per punctum, T, vtcunq. sumptum ducta, B P, regulæ parallela, quę est basis, Z G, inuentũ est rectangulũ B T P, ad rectangulũ, S T I, esse vt, P D, ad D T; quatuor ergo horum magnitudinum
Iux. Cor. 3. 26. l. 2. ordinibus constructis, iuxta has quatuor magnitudines, quę inuentę sunt esse proportionales, & hoc modo solito, reperimus rectangula sub, H P, P E, ad rectangula sub portionibus, B Z P D, D G P, esse vt maximę abscissarum, D P, ad omnes abscissas, D P, recti, vel eiusdē
Corol. 2. 39. l. 2. obliqui transitus .i. esse eorum dupla, quod ostendere opus erat.

THEOREMA XLV. PROP. XLVII.

IN anteced. figura ostendemus, regula eadem, Z G, omnia quadrata, D G, ad omnia quadrata, D P G, esse vt, Z P, ad compositam ex . Z P, & . P G: Omnia verò quadrata, D C, ad omnia quadrata trilinei, D G E, esse vt, Z P, ad sui reliquum, demptis ab eadem $\frac{2}{3}$. Z P, cum . P G.

Rectangula enim sub, H P, P E, ad rectangula sub, H P, & por-
Coroll. 2. 26. l. 2. tione, D P G, sunt vt, E P, ad portionem, D P G, .s. vt, Z P, ad compositam ex $\frac{1}{2}$. Z P, & $\frac{1}{6}$. P G; eadem autem rectangula sub, H
3. huius. P, P E, sunt dupla rectangulorum sub portionibus, D B Z P, D P G, .i. sunt ad illa, vt, Z P, ad $\frac{1}{2}$. Z P, ergo ad residuum rectangulo-
Ex antec. rum sub, H P, &, D P G, demptis rectangulis sub portionibus, D B Z P, D G P, idest
Iux. A. 23. l. 2. ad rectangula sub trilineo, D P G, & trilineo, B H Z, .i. trilineo, D E G, erunt vt, Z P, ad $\frac{1}{6}$. P G, .i. sumpta, P G, cõmuni altitudine, vt rectangulum, Z P G, ad rectangulum sub, P G, & $\frac{1}{6}$. P G, .i. ad $\frac{1}{6}$. quadrati, P G, sunt autem omnia quadrata, D G, ad rectangula sub, E P,



E P, P H, vt quadratum, G P, ad rectangulum, G P Z, ergo, ex æquali, omnia quadrata, D G, ad rectangula sub trilineis, D PG, D E G, erunt vt quadratum, P G, ad $\frac{1}{6}$. quadrati, P G, .i. erunt eorum sexcupla: Quoniam ergo omnia quadrata, D G, ad rectangula, sub, D G, & trilineo, D G P, sunt vt, D G, ad, D G P, .i. vt, Z P, ad compositam ex $\frac{1}{2}$. Z P, & $\frac{1}{6}$. P G, sunt autem omnia quadrata, D G, sexcupla rectangulorum sub trilineis, D P G, D E G, .i. ad ea, vt, Z P, ad $\frac{1}{6}$, Z P, ergo omnia quadrata, D G, ad omnia quadrata, D G P, erunt vt, Z G, ad residuum, dempto $\frac{1}{6}$. Z P, à composita ex $\frac{1}{2}$. Z P, & $\frac{1}{6}$. P G, quia verò si ab $\frac{1}{2}$. Z P, dematur, $\frac{1}{6}$. Z P, remanent $\frac{1}{3}$. Z P, ideò omnia quadrata, D G, ad omnia quadrata, D P G, erunt vt, Z P, ad compositam ex $\frac{1}{3}$. Z P, & $\frac{1}{6}$. P G, vt dictum est. 3. huius.

Quia verò nunc ostensum est omnia quadrata, D G, ad omnia quadrata, D P G, esse vt, Z P, ad compositam ex $\frac{1}{3}$. Z P, & $\frac{1}{6}$. P G, omnia autem quadrata, D G, ad rectangula sub trilineis, D P G, D E G, sunt vt, Z P, ad $\frac{1}{6}$. Z P, & ad eadem bis sumpta, vt, Z P, ad $\frac{1}{3}$. Z P, ideò omnia quadrata, D G, ad omnia quadrata, D P G, & ad rectangula bis sub, D P G, D E G, erunt vt, Z P, ad compositam ex $\frac{2}{3}$. Z P. & $\frac{1}{6}$. P G, ergo omnia quadrata, D G, ad residuum, demptis omnibus quadratis, D P G, & rectangulis bis sub, D P G, D E G, .i. ad omnia quadrata trilinei, D E G, erunt vt, Z P, ad residuum, demptis $\frac{2}{3}$. Z P, & $\frac{1}{6}$. P G, ab eadem, Z P, quæ nobis ostendenda erat.

THEOREMA XLVI. PROPOS. XLVIII.

IN supradictæ Propos. figura, ducta, A X, parallela basi, Z G, quæ tanget parabolam in, A, cui occurrat, G E, producta, in puncto, X, ostendemus omnia quadrata trilinei, D P G, ad omnia quadrata semiparabolæ, A Q G, habere rationem compositam ex ea, quam habet composita ex $\frac{2}{3}$. Z P, & $\frac{1}{6}$. P G, ad, Z P, & ex ratione parallelepipedi sub, D P, & quadrato, P G, ad dimidium parallelepipedi sub, A Q, & quadrato, Q G; Omnia vero quadrata trilinei, A X G. ad omnia quadrata trilinei, D E G, habere rationem cõpositam ex ea, quam habet parallelepipedi sub, A Q, & quadrato, QG, sexta pars, ad parallelepipedum sub, DP, & quadrato, P G, & ex ea, quam habet, Z P, ad residunm, demptis ab eadem, Z P, $\frac{2}{3}$. Z P, cum $\frac{1}{6}$. P G.

Omnia .n. quadrata trilinei, D PG, ad omnia quadrata semipa-

rabolæ, A Q G, habent rationem compositam ex ea, quam habent
omnia quadrata, D P G, ad omnia quadrata, D G, idest ex ratione
Ex antec. compositę ex $\frac{1}{3}$. Z P, & $\frac{1}{6}$. P G, ad, Z P, & ex ea, quam habent om-
nia quadrata, D G, ad omnia quadrata, A G, .i. ex ratione paralle-
lepipedi sub, D P, & quadrato, P G, ad parallelepipedum sub, A Q,
& quadrato, Q G, & tandem ex ea, quam habent omnia quadrata,
A G, ad omnia quadrata semiparabolæ, A Q G, .i. ex ratione paral-
lelepipedi sub, A Q, & quadrato, Q G, ad eiusdem dimidium: Duæ
Elicitur ex 11.l.2. autem rationes parallelepipedi sub, D P, & quadrato, P G, ad paral-
lelepipedum sub, A Q, & quadrato, Q G, & ratio huius ad eiusdem
21. huius. dimidium, conficiunt rationem parallelepipedi sub, D P, & quadra-
to, P G, ad $\frac{1}{2}$. parallelepipedi sub, A Q, & quadrato, Q G, ergo om-
Defin. 12. l. 1. nia quadrata, D P G, ad omnia quadrata semiparabolæ, A Q G, ha-
bent rationem compositam ex ratione rectæ compositæ ex $\frac{1}{3}$. Z P, &
$\frac{1}{2}$. P G, ad, Z P, & ex ratione parallelepipedi sub, D P, & quadrato,
P G, ad $\frac{1}{2}$. parallelepipedi sub, A Q, & quadrato, Q G, vt dictum est.

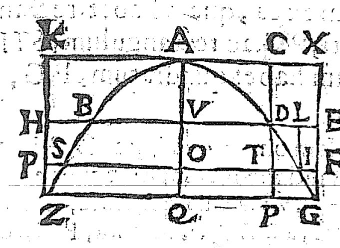
Insuper omnia quadrata trilinei, A X G, ad omnia quadrata trili-
nei, D E G, habent rationem compositam ex ratione omnium qua-
30. huius. dratorum, A X G, ad omnia quadrata, A G, .i. subsexcupla .i. ex ra-
tione $\frac{1}{6}$. parallelepipedi sub, A Q, & quadrato, Q G, ad idem paral-
lelepipedum, & ex ratione omnium quadratorum, A G, ad omnia
quadrata, D G, .i. parallelepipedi sub, A Q, & quadrato, Q G, ad
parallelepipedum sub, D P, & quadrato, P G, quæ duæ rationes cõ-
ficiunt rationem $\frac{1}{6}$. parallepipedi sub, A Q, & quadrato, Q G, ad pa-
rallelepipedum sub, D P, & quadrato, P G, & tandem ex ratione
omnium quadratorum, D G, ad omnia quadrata trilinei, D E G, .i.
47. huius. ex ea, quam habet, Z P, ad residuum, ab eadem, Z P, demptis $\frac{2}{3}$. Z P,
cum $\frac{1}{6}$. P G, ergo omnia quadrata trilinei, A X G, ad omnia quadra-
ta trilinei, D E G, habent rationem compositam ex ea, quam habet
$\frac{1}{6}$. parallelepipedi, sub, A Q, & quadrato, Q G, ad parallelepipedum
sub, D P, & quadrato, P G, & ex ea, quam habet, Z P, ad sui resi-
duum, demptis ab ea $\frac{2}{3}$. Z P, cum $\frac{1}{6}$. P G, quæ ostendere oportebat.

THEOREMA XLVII. PROPOS. XLIX.

In eadem figura Propos. 46. ostendemus, producta, P D,
versus, A X, cui occurrat in, C, omnia quadrata trilinei,
D G P, ad omnia quadrata figuræ, C A Z P, demptis omni-
bus quadratis trilinei, A C D, habere rationem compositam
ex ea, quam habet composita ex $\frac{1}{3}$. Z P, & $\frac{1}{6}$, P G, ad Z P, &
ex ratione parallelepipedi sub, D P, & quadrato, P G, ad pa-
ralle-

rallelepipedum sub, A Q, & his spatijs .s. quadrato, P Q $\frac{1}{2}$.
quadrati, Q Z, & rectangulo sub sexquitertia, Z Q, & sub, Q
P, ab eodem dempta $\frac{1}{6}$. parallelepipedi sub, C D, & quadra-
to, Q P.

Completo parallelogrammo, K P, omnia igitur quadrata trili-
nei, D P G, ad omnia qua-
drata figurę, C A Z P, demptis
omnibus quadratis trilinei, A
C D, habent rationem com-
positam ex ea, quam habent
omnia quadrata, D P G, ad
omnia quadrata, D G, .s. ex
ratione compositæ ex $\frac{1}{3}$. Z P,
& $\frac{1}{6}$. P G, ad, Z P, & ex ratio- 47. huius.
ne omnium quadratorum, D



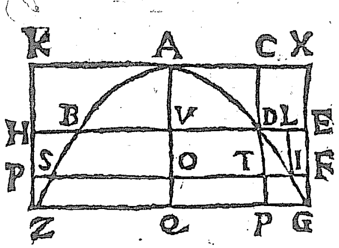
G, ad omnia quadrata, K P, .i. ex ratione parallelepipedi sub, D
P, & quadrato, P G, ad parallelepipedum sub, A Q, & quadrato, Z
P, & tandem ex ratione omnium quadratorum, K P, ad omnia qua-
drata figuræ, C A Z P, demptis omnibus quadratis trilinei, A C D,
.s. ex ratione parallelepipedi sub, A Q, & quadrato, Z P, ad paralle-
pipedum sub, A Q, & his spatijs .s. quadrato, P Q, $\frac{1}{2}$. quadrati,
Q Z, & rectangulo sub, P Q, & sexquitertia, Q Z, ab eodem dem- 34. huius.
pta $\frac{1}{6}$. parallelepipedi sub, C D, & quadrato, P Q; duæ autem ra-
tiones parallelepipedi sub, D P, & quadrato P G, ad parallelepipe-
dum sub, A Q, & quadrato, Z P, & huius parallelepipedi ad paral-
lelepipedum sub, A Q, & spatijs iam dictis, ab eodem dempta $\frac{1}{6}$. pa-
rallelepipedi sub, C D, & quadrato, P Q, componunt rationem pa-
rallelepipedi sub, D P, & quadrato, P G, ad parallelepipedum sub, Defin. 12.
A Q, & dictis spatijs ab eodem dempta $\frac{1}{6}$. parallelepipedi sub, C D, l. 1.
& quadrato, P Q, ergo omnia quadrata trilinei, D G P, ad omnia
quadrata figuræ, C A Z P, demptis omnibus quadratis trilinei, A C
D, erunt in ratione composita ex ea, quam habet $\frac{1}{3}$. Z P, cum $\frac{1}{6}$. P
G, ad, Z P, & ex ea, quam habet parallelepipedum sub, D P, & qua-
drato, P G, ad parallelepipedum sub, A Q, & his spatijs .s. quadra-
to, P Q, $\frac{1}{2}$. quadrati, Q Z, cum rectangulo sub, P Q, & sexquitertia,
Q Z, ab eodem parallelepipedo dempta $\frac{1}{6}$. parallelepipedi sub, C D,
& quadrato, P Q, quod ostendere opus erat.

THEO-

THEOREMA XLVIII. PROPOS. L.

IN eadem figura, ducta per, I, IL, æquidistante ipsi, AQ, adhuc ostendemus omnia quadrata trilinei, DGP, ad omnia quadrata trilinei, DTI, habere rationem compositam ex ea, quam habet rectangulum, ZPG, cum $\frac{1}{2}$. quadrati, PG, ad rectangulum, STI, cum $\frac{1}{2}$. quadrati, TI, & ex ea, quam habet quadratum, PG, ad quadratum TI.

Nam omnia quadrata, DGP, ad omnia quadrata, DIT, habent rationem compositam ex ea, quam habent omnia quadrata, 47. huius. DGP, ad omnia quadrata, DG, .i. ex ea, quam habet $\frac{1}{3}$. ZP, cũ $\frac{1}{6}$. PG, ad, ZP, .i. sumpta, PG, communi altitudine, ex ea, quam habet rectangulum sub $\frac{1}{3}$. ZP, & $\frac{1}{6}$. PG, & sub, PG, ad rectangulum, ZPG, item ex ratione omnium quadratorum, DG, ad omnia quadrata, DI, scilicet composita ex ea, quam habet, PD, ad, DT, & quadratum, PG, ad quadratum, TI, est autem, vt, PD, ad, DT, ita rectangulum, ZPG, ad rectangulum, STI; Tandem verò componitur ex ea, quam habent omnia quadrata, DI, ad omnia quadrata, DIT, idest ex ratione, ST, ad $\frac{1}{3}$. ST, cum $\frac{1}{6}$. TI, idest sumpta, TI, communi altitudine, ex ea, quam habet rectangulum, STI, ad rectangulum sub, TI, & composita ex $\frac{1}{3}$. ST, & $\frac{1}{6}$. TI, istæ autem ratio- 47. huius. nes .s. quam habet rectangulum sub $\frac{1}{3}$. ZP, & $\frac{1}{6}$, PG, & sub, PG, ad rectangulum, ZPG, & huius ad rectangulum, STI, & tandem rectanguli, STI, ad rectangulum sub, TI, & $\frac{1}{3}$. ST, cum $\frac{1}{6}$. TI, componunt rationem rectanguli sub $\frac{1}{3}$. ZP, & $\frac{1}{6}$. PG, & sub, PG, ad rectangulum sub $\frac{1}{3}$. ST, & $\frac{1}{6}$. TI, & sub, TI .i, triplicatis terminis, componunt rationem rectanguli sub, ZP, PG, cum rectangulo, sub $\frac{3}{6}$. PG, & sub, PG, .i. cum $\frac{1}{2}$. quadrati, PG, ad rectangulum sub, ST, TI, cum rectangulo sub $\frac{3}{6}$. TI, & sub, TI, .i. cum $\frac{1}{2}$. quadrati, TI, & remansit sola ratio quadrati, PG, ad quadratum, TI, ergo omnia quadrata trilinei, DGP, ad omnia quadrata trilinei, DIT, habebunt rationem compositam ex



ea,

ea, quam habet rectangulum, ZPG, cum $\frac{1}{2}$. quadrati, PG, ad rectangulum, STI, cum $\frac{1}{2}$. quadrati, TI, & ex ea, quam habet quadratum, PG, ad quadratum, TI, quod, &c.

THEOREMA XLIX. PROPOS. LI.

IN omnibus huius Libri 4. Propositionibus, in quibus duarum quarumcunque figrarum notificata fuit ratio omnium quadratorum, iuxta regulas in eisdem assumptas, nota etiam euadit ratio similarium solidorum, qu ex illis gignuntur figuris, iuxta easdem regulas.

Quoniam enim ostensum est Lib. 2. Prop. 33. vt omnia quadrata duarum figurarum inter se sumpta cum datis regulis, ita esse solida similaria genita ex ijsdem figuris iuxta easdem regulas, ideò cum in Propositionibus huius Libri inuenta est ratio omnium quadratorum duarum figurarum cum quibusdam regulis, colligemus etiam nunc eandem esse rationem duorum similarium solidorum, quæ ex illis figuris iuxta easdem regulas, genita dicuntur. Vt ex. g. in Prop. 21. conspecta denuò illius figura, cum ostensum est omnia quadrata, AF, esse dupla omnium quadratorum parabolæ, VEF, regula sumpta, VF; & item omnia quadrata parabolæ, VEF, esse sexquialtera omnium quadratorum trianguli, VEF, concludemus pariter solidum similare genitum ex, AF, ad sibi similare genitum ex parabola, VEF, duplam habere rationem; hoc verò ad solidum sibi similare genitum ex triangulo, VEF, habere rationem sexquialteram, genita autem dicta solida intellige iuxta dictam regulam, VF; patet ergo propositum.

SCHOLIVM.

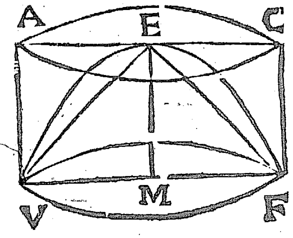
QVoniam autem apertè colligitur ex Lib. 1. Prop. 46. & 47 si omnes figuræ similes parabolæ, quæ sumantur regula eiusdem basi, sint circuli, diametros in eadem parabola sitos habentes, cui sint erecti, solidum similare genitum ex dicta parabola esse conoides parabolicum, cuius basis rectè secat axim; si verò sint ellipses homologas diametros in eadem parabola sitos habentes eidem erectæ, quarum secunda diametri sint æquales distantia parallelarum, quæ ducuntur ab extremis primæ diametri æquidistanter axi, esse pariter conoides parabolicum, cuius basis tunc obliquè axim secat. Ideò ex his infra-

 scriptæ

ſcripta ſequuntur Corollaria, in quibus exempla adhibebimus, veluti
Lib. 3. effectum eſt, aſſumptis nempè omnibus figuris ſimilibus genitri-
cium figurarum, quæ ſint circuli, diametros in ipſis genitricibus figu-
ris, quibus ſunt erecti, ſitos habentes, quæ per reuolutionem figurarum
circa ſuos axes deſcribi facilè appræhendi poſsũt, propter quod in exẽ-
plis tantũ modò axes aſſumemus congruenter ipſarũ genitrium figurarũ
reuolutioni, licet exempla etiam aſſumptis diametris confici poſſent
per deſcriptionem omnium ſimilium figurarum haud tamen per reuolu-
tionem factam. Liceat autem Prop. antecedentium reaſſumptas figu-
ras ſub ampliori forma quandoque proponere, vel ſub auguſtiori, pro-
ut expedire comperietur, ſeruata ſemper earundem ſimilitudine.

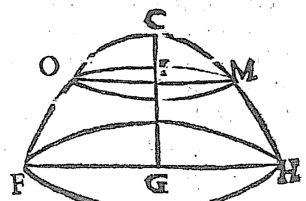
COROLLARIVM I.

IN Prop. 21. ergo ſi intelligantur tres figuræ, nempè parallelogrammum, AF, triangulus, EVF, & parabola, VEF, circa communem axem reuolui, qui ſupponatur eſſe, EM, fiet ex, AF, cylindrus, AF, ex triangulo, VEF, conus, VEF, & ex parabola, VEF, conoides parabolicum, VEF, vnde patebit cylindrũ, AF, eſſe duplum conoidis, VEF, & hoc eſſe ſexquialterum coni, VEF, & vniuerſaliſsimè, vt dictum eſt, ſolidum ſimilare genitum ex, AF, ad ſibi ſimilare genitum ex parabola, VEF, habere duplam rationem, hoc verò ad ſibi ſimilare gentium ex triangulo, VEF, rationem ſexquialteram, quod tamen, ne figuræ multiplicentur, ſeu nimis confundantur (quod etiã impoſterũ obſeruabimus) vno tãtũ adhibito exẽplo, reuolutionis figurarũ genitriciũ circa ſuos axes, explicare volui.



COROLLARIVM II.

IN Prop. 22. aſſumpta eius figura, fiat exemplum per reuolutionem parabolæ, FCH, circa axẽ, CG, dimiſsis parallelogrammis, AH, RM, fient igitur in hac reuolutione conoidea parabolica ex, FCH, OCM, parabolis, quæ ſint, FCH, OCM; vnde patebit conoides parabolicum, FCH, ad conoides parabolicũ, OCM, eſſe, vt quadratũ, GC, ad quadratũ,

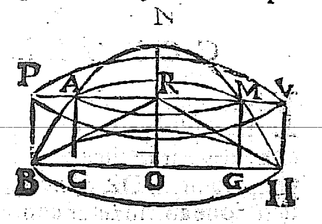


CI, &

CI, & ſic eſſe quodlibet ſolidum ſimilare genitũ ex parabola, FCH, ad ſibi ſimilare genitum ex parabola OCM, iuxta communem regulam, FH, ſiue CG, ſit axis, ſiue tantum diameter, quod iuxta antecedentis explicationem facilè intelligi poteſt.

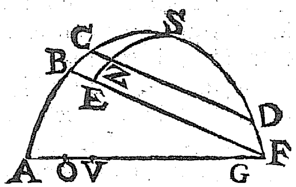
COROLLARIVM III.

IN Prop. 23. aſſumpta figura Prop. 12. ſcilicet parabola, BNH, parallelogrammis, PH, AG, & triangulo, BRH, reuoluatur parabola, BNH, vt fiat noſtrum exemplum, circa axem, NO, & inſimul, PH, AG, & triangulus, BRH, circa RO, patebit ergo cylindrum ex, PO, ad fruſtum conoidis ex, ABOR, in reuolutione genitum, eſſe vt, ON, ad compoſitam ex, NR, & $\frac{1}{2}$. RO, ipſum verò ad idem dempto cylindro ex, AO, ſ. AG, vt, NO, ad $\frac{1}{2}$. RO, ex Corollario huic Propoſitioni ſubiecto, hoc fruſtum tandem ad conum gentium ex triangulo, RBO, vt cõpoſita ex, ON, dupla, MR, & $\frac{1}{2}$. RO, ad ipſam, NO; & vniuerſaliter quæcunque ſolida ſimilaria ex eiſdem figuris genitricibus genita, iuxta communem regulam, BH, eaſdem rationes habere, vt ſupradicta ad inuicem comparata, ſiue, NO, ſit axis, ſiue tantum diameter; quod ex Propoſ. 51. clarè patet. Intelligatur autem in ſequentibus, licet ſemper aſſumatur axis, tamen pro ſolidis ſimilaribus etiam aſſumptis diametris eadem ibi appoſita verificari.



COROLLARIVM IV.

IN Propoſ. 26. veluti oſtendimus in eiuſdem figura hic appoſita omnia quadrata portionis, BSF, ad rectangula ſub portione, BSF, & figura diſtantiarum, SEF, eſſe vt, BF, ad FE, ſic oſtenſum fuiſſet (aſſumptis vice quadratorum alijs figuris ſimilibus, & vice rectangulorum, aſſumptis alijs ſimilibus figuris eius generis, vt veluti eſt vnum quoduis dictorum omnium quadratorum ad rectãgulum adiacens lateri, à quo deſcribitur, ita ſit figura ab eodem latere deſcripta vice quadrati ſumpta, ad figuram deſcriptam eodem latere vice rectanguli ſumptam, fiet

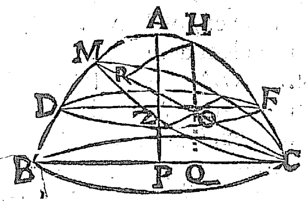


 enim

enim eodem modo demonstratio his figuris assumptis) omnes figuras similes portionis, BSF, ad figuras vice rectangulorum sumptas esse pariter, vt, BF, ad, EF, & pariter solidum, quorum omnes dictæ figuræ similes vice quadratorum sumptæ sunt omnia plana, ad solidum, quorum figuræ vice rectangulorum sumptæ sunt omnia plana, esse, vt, BF, ad, FE; quæ quidem solida non sunt solida ad inuicem similaria, quia vtriusque solidi figuræ non sunt inter se similes, sed tantum sunt similes inter se, quæ sunt in vnoquoque horum solidorum singillatim sumpto.

COROLL. V. SECTIO I.

IN Prop. 27. similiter assumpta eiusdem figura, vt fiat nostrum exemplum reuoluatur parabola, BAC, circa AP, axem, vt fiat conoides parabolicum, BAC, à quo per planum a, DZ, descriptum in reuolutione abscindetur conoides parabolicum, DAF, cuius basis rectè axim, AP, secat, & est circulus, intelligatur autem etiam per, MC, planum extendi rectū ad planū parabolæ, BAC, per hoc igitur abscindetur pariter conoides parabolicum, cuius basis erit ellipsis, cuius maior diameter, MC, minor autem erit, CR. Dico nunc hæc duo conoidea esse inter se æqualia, cum diametri eorundem, AZ, HO, sint æquales: si enim intellexerimus conoides, DAF, planis parallelis basi secari, & pariter conoides, MHC, secari planis parallelis suæ basi, fient,
45.l.1. ductis omnibus eorundem planis, in conoide, DAF, dicta omnia plana, omnes figuræ similes inter se .s. omnes circuli figuræ genitricis, quæ est parabola, DAF; in conoide verò, MHC, dicta omnia plana fient omnes figuræ similes genitricis, MHC, .s. omnes ellipses eiusdem, quarum coniugatæ diametri erunt inter se, vt, MC, ad, CR, maiores diametros in figura genitrice, MHC, sitas habentes. Intelligantur nunc circa illas maiores diametros describi circuli in planis ellipsium iacentes, erit ergo quilibet circulus ad ellipsim ab eo comprehensam, vt maior diameter ad minorem, & quia istę con-
10.l.3. iugatæ diametri sunt omnes inter se, maiores .s. ad minores, vt MC, ad, CR, .s. vt quadratum, MC, ad rectangulum, MCR, & vt vnum ad vnum, sic omnia ad omnia .s. vt omnes circuli figuræ genitricis, MHC, ad omnes eiusdem similes ellipses, ita circulus circa, MC, ad ellipsim circa, MC, .s. sic quadratum, MC, ad rectangulum, MCR,



MCR, .s. ita omnia quadrata figuræ genitricis, vel parabolæ, MHC, ad rectangula, sub parabola, MHC, & figura distantiarum, H 3.l.2.
RC, .s. ita solidum, cuius omnes circuli figuræ genitricis, MHC, iuxta regulam basim, MC, sumpti, sunt omnia plana, ad solidum, cuius omnia plana sunt omnes similes ellipses iam dictæ figuræ genitricis, MHC, sumptæ iuxta eandem regulam, scilicet ad conoides parabolicū, MHC; sunt verò omnes circuli parabolæ, DAF, iuxta regulam, DF, ad omnes circulos parabolæ, MHC, iuxta regulam, MC, ita omnia quadrata, DAF, ad omnia quadrata, MHC, iuxta Iuxta reg. DF.
easdem regulas: ideò ex æquali omnes circuli parabolæ, DAF, ad omnes ellipses similes iam dictas parabolæ, MHC, erunt vt omnia quadrata, DAF, retentis semper eisdem regulis, ad rectangula sub, MHC, & figura distantiarum, HRC, .i. omnes circuli, DAF, erunt æquales omnibus similibus ellipsibus iam dictis figuræ, MHC, verum omnes circuli parabolæ, DAF, sumpti iuxta regulam, DF, quorum diametri sunt in figura genitrice, DAF, sunt omnia plana conoidis geniti in reuolutione ex semiparabola, DAZ, omnes verò ellipses similes iam dictæ parabolæ, MHC, sunt omnia plana co- Elicitur
noidis parabolici resecti à plano ducto per, MC, ergo conoides pa- ex Corol.
rabolicum, DAF, est æquale conoidi parabolico, MHC: Sed vni- 47.l.1.
uersaliter solidum genitum ex, DAF, habens omnia plana, quæ sint omnes figuræ similes inter se eiusdem genitricis, DAF, erit æquale solido genito ex, MHC, habenti omnia plana, quæ sint omnes figuræ similes inter se eiusdem genitricis figuræ, MHC, ad quas omnes figuræ similes figuræ genitricis, DAF, sint vt omnia quadrata DAF, ad rectangula sub figura genitrice, MHC, & figura distantiarum, HRC, dummodo diametri, AZ, HO, inter se sint æquales, quæ hic nobis erant colligenda.

SECTIO II.

IN Coroll. 1. colligitur solidum similare genitum ex parabola, DAF, ad sibi similare genitum ex parabola, MHC, esse vt, DF, ad MC, dum, AZ, HO, diametri fuerint æquales.

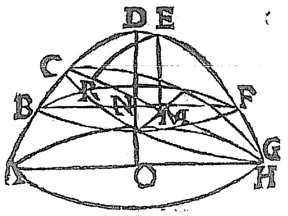
SECTIO III.

IN Coroll. 2. colligitur, si fuerint duo plana axem conoidis parabolicæ obliquè secantia, sint autem abscissarum conoidum diametri inter se æquales, quod abscisæ conoides erunt inter se æquales; sed vniuersaliter, vice similium ellipsium, quæ sunt omnia

nia plana dictarum conoidum, alijs figuris ſimilibus ſeorſim in vnoquoque ſolido aſſumptis, inter ſe eandem rationem, quam prædictæ ſimiles ellipſes habentibus, quod ea ſolida, quorum aſſumptæ ſimiles figuræ ſunt omnia plana, erunt inter ſe æqualia, dum diametri genitricium eorundem figurarum, quæ ſunt abſciſſæ parabolæ, inter ſe quoq; æquales fuerint.

COROLLARIVM VI.

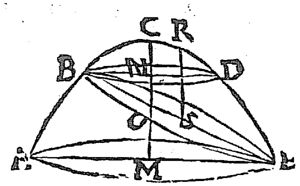
IN Propoſ. 28. & eius Coroll. aſſumpta illius figura, & facto ſolito exemplo per reuolutionem, ADH, parabolæ circa axim, DO, habetur, quod ſi conois parabolica, ADH, in reuolutione deſcripta ſecetur quomodocunque planis ſiue ad axem rectis, ſiue obliquis, quod abſciſſæ conoides erunt inter ſe, vt quadrata diametrorum eorundem, Nam vt omnia quadrata, BDF, regula, BF, quæ axim, DO, rectè ſecat, ad rectangula ſub parabola, CEG, & figura diſtantiarum, ERG, ita eſſe omnes circulos, BDF, diametros in ea ſitas habentes, ſumptos iuxta regulam, BF, ad omnes ſimiles ellipſes figuræ genitricis, CEG, ſumptas iuxta regulam, CG, quarum diametri maiores ſunt in figura, CEG, minores verò in figura diſtantiarum, REG, oſtendemus, methodo antecedentis, ergo dicti omnes circuli parabolæ, BDF, ad dictas omnes ellipſes parabolæ, CEG, erunt vt quadratum, DN, ad quadratum, EM, ergo & conois parabolica, BDF, ad conoidem parabolicam, CEG, erit vt quadratum, DN, ad quadratum, EM, vnde, conuertendo, conois parabolica, GEC, ad conoidem parabolicam, FDB, erit vt quadratum, EM, ad quadratum, DN, ſi ergo aliud planum, vtcunq; obliquè axem, DO, ſecauerit, erit conois parabolica, BDF, ad hanc conoidem vltimò reſectam, vt quadratum, DN, ad quadratum diametri huius reſectæ conoidis, ergo ex æquali conois parabolica, CEG, ad hanc conoidem vltimò reſectam, cuius baſis pariter obliquè ſecat axim, DO, erit vt quadratum, EM, ad huius diametri quadratum, quomodocunque igitur reſecetur conois planis axem ſecantibus, reſecta ſegmenta ſunt, vt diametrorum quadrata. Sed vniuerſaliter, ſi, vice circulorum, vel dictarum ellipſium, ſummamus alias figuras ſimiles in vnoquoq; ſolido ſeorſim, quorum ſunt omnia plana, ijs exiſtentibus omnibus figuris ſimilibus genitri-



genitricium figurarum, quales ſunt parabolæ, BDF, CEG, dicta ex iiſdem genita ſolida iuxta regulas baſes abſciſſarum parabolarum, ſi dictæ figuræ ſimiles fuerint inter ſe, vt prædicti circuli, vel ſimiles ellipſes, vel vt omnia quadrata, & rectangula ſub abſciſſis parabolis, & figuris diſtantiarum earundem, regulis ſemper pro vnaquaque earundem parabolarum baſibus ſumptis, erunt inter ſe, vt quadrata diametrorum abſciſſarum per ducta plana parabolarum, intellige tamen reſecantia plana ſemper in ſupradictis eſſe erecta plano genitricium figurarum, vt planum per, CG, erectum parabolæ, ADH, plano, ſimiliter & quod per, BF, ſiue in conoide, ſiue in alijs iam dictis ſolidis, vt ſupradictum eſt genitis.

APPENDIX.

EXponatur parabola, ACE, circa axim, CM, in baſi, AE, cui parallela ducatur vtcunque, BD, intra ipſam, & iungatur, BE, ducaturque, RS, diameter parabolæ, BRE, & vt fiat noſtrum exemplum reuoluatur parabola, ACE, circa axim manentem, CM, vt fiant conoides parabolicæ, ACE, BCD, & per BE, ducatur planum erectum plano parabolæ, ACE, ſcindens fruſtum conoidis, BAED, in duas portiones, ſcilicet, BAE, BDE. Dico ergo portionem, BAE, ad portionem, BDE, (reſecta, CO, æquali ipſi, RS,) eſſe vt quadratũ, MO, cũ rectangulo bis ſub, MOC, ad quadratum, ON, cum rectangulo bis ſub, ONC.



Nam conois, ACE, ad conoidem, BRE, eſt vt quadratum, MC, ad quadratum, SR, vel ad quadratum, OC, ergo, per conuerſionem rationis, & conuertendo, portio ſolida, BAE, ad conoidem parabolicam, ACE, erit vt reſiduum quadrati, MC, dempto quadrato, OC, ad quadratum, MC, .i. vt quadratum, MO, cum rectangulo bis ſub, MOC, ad quadratum, MC, quod ſerua. Item quia conoidem, ACE, ad conoidem, BRE, diximus eſſe vt quadratum, MC, ad quadratum, CO, eadem autem conois, ACE, ad conoidem, BCD, eſt vt quadratum, MC, ad quadratum, CN, ergo conois, ACE, ad reliquum dempta conoide, BCD, à conoide, BRE, erit vt idem quadratum, MC, ad reliquum, dempto quadrato, CN, à quadrato, CO, .i. ad quadratum, ON, cum rectangulo bis ſub, ONC, eſt ergo conois, ACE, ad portionem ſolidam, BDE, vt quadratum, MC, ad quadratum, ON, cum rectangulo bis ſub, ONC, erat autem portio ſolida,

solida, BAE, ad conoidem parabolicam, ACE, vt quadratum, MO, cum rectangulo bis sub, MOC, ad quadratum, MC, ergo, ex æquali, portio solida, ABE, ad portionem solidam, BDE, erit vt quadratum, MO, cum rectangulo bis sub, MOC, ad quad. ON, cum rectang. bis sub, ONC, quod &c.

Sed vniuersaliter si sint solida similaria genita ex parabolis, ACE, BCD, iuxta communem regulam, AE, & ducatur planum per, BE, rectum plano parabolæ, ACE, scindens solidum similare genitum ex, BDEA, in duas portiones solidas, BAE, BDE, adhuc, consequenter supradictis, inueniemus has duas portiones solidas esse in eadem ratione, vt portiones solidæ productæ ex sectione frusti conoidis parabolicæ, BAED, .s. esse vt quadratum, MO, cum rectangulo bis sub, MOC, ad quadrat. ūON, cum rectangulo bis sub, ONC, quod ex supradictis erui facilè potest; quæ demonstratio currit etiã, si, CM, non sit axis, sed tantum diameter, vt consideranti clarè patebit.

A.

A. COROLL. VII. SECTIO I.

IN Prop. 29. & Cor. Sect. 1. & 2. colligimus solida similaria genita ex parabolis in eadem altitudine constitutis, genita inquam iuxta regulas ipsarum bases, esse inter se, vt quadrata basium, & in ijsdem basibus constitutis, vt earum altitudines, vel vt diametros æqualiter basibus inclinatas; hoc igitur nedum concluditur de conoidibus parabolicis in eadem altitudine stantibus, quod sit, vt quadrata basium, vel in eadem basi existentium, quod sint, vt altitudines, sed de cæteris similaribus solidis ex ipsis parabolis genitis iuxta regulas bases, vt dictum est.

B.

B. SECTIO II.

ITem habemus conoides parabolicas, & cætera solida similaria ex parabolis genita iuxta regulas bases, habere inter se rationem compositam ex ratione quadratorum basium, & altitudinum, vel diametrorum æqualiter basibus inclinatarum.

C.

C. SECTIO III.

ITem eadem solida, quarum bases altitudinibus, vel diametris æqualiter basibus inclinatis reciprocantur, esse æqualia, & quæ sunt æqualia habere bases altitudinibus, vel diametris æqualiter basibus inclinatis, reciprocas.

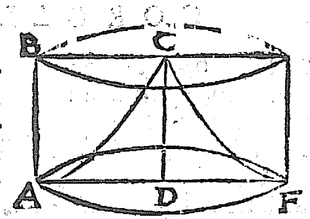
D. SECTIO IV.

D

TAndem colligemus conoides parabolicas, & cætera solida similaria ex parabolis genita iuxta regulas ipsarum bases, quarum axes, vel diametri ad homologas basium diametros, vel latera habeant eandem rationẽ .i. similes conoides parabolicas, & similia solida similaria genita ex parabolis iam dictis, esse in tripla ratione dictarum homologarum linearum. 46.l.1.

✱ COROLL. VIII. SECTIO I. ✱

IN Prop. 30. exposita figura, vt fiat solitum exemplum, reuoluatur, ACD, circa manentem axin, DC, patebit ergo cylindrum genitum ex, BD, in reuolutione .s. BF, esse sexcuplum solidi geniti ex trilineo, CDA, .s. solidi, CAF. Sed vniuersaliter solidum similare genitum ex, BD, ad sibi similare genitum ex, CDA, sexcuplam rationem habere, siue CD, sit perpendicularis ipsi, DA, siue non; vocetur autem solidum genitum per reuolutionem ex, CDA, Apex parabolicus.



A. SECTIO II.

A

IN Corollario autem colligimus apices parabolicos in eadem altitudine existentes, esse vt basium quadrata, & in eisdem basibus esse, vt altitudines, sic etiam esse solida similaria genita ex trilineis in eadem altitudine, vel in eadem basi existentibus, genita inquam iuxta regulas tangentes ipsas parabolas.

B. SECTIO III.

B

ITem, quod eadem solida quomodocunque sint, habeant inter se rationem compositam ex ratione basium, & altitudinum, vel secantium æqualiter tangentibus inclinatarum.

C

C. SECTIO IV.

ITem, quod eadem solida bases habentia altitudinibus; vel secantibus æqualiter tangentibus inclinatis reciprocas, sint æqualia; & quæ sunt æqualia, bases habeant altitudinibus, vel secantibus æqualiter tangentibus inclinatis reciprocas.

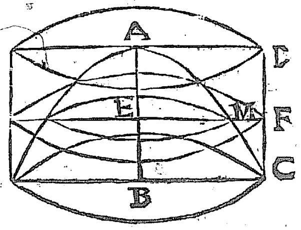
D

D. SECTIO V.

TAndem, quod eadem solida sint in tripla ratione tangentium, vel secantium parabolas; si tangentes ad secantes semiparabolas, ex quibus in reuolutione generantur, habeant eandem rationem.

COROLLARIVM IX.

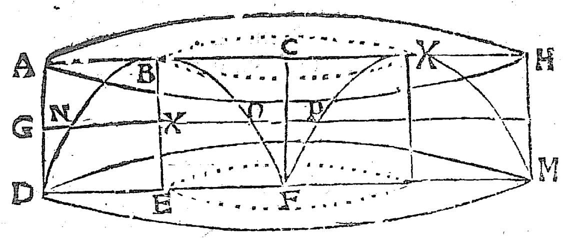
IN Propos. 31. exposita figura, & vt fiat nostrum exemplum reuoluto, A C, circa manentem axim, A B, patet solidum, quod in reuolutione fit ex trilineo, A D C, ad solidum, quod fit ex trilineo, M F C, esse vt quadratum, A B, ad quadratum, B E, & vniuersaliter, solidum similare genitum ex, A C, dempto solido similari genito ex semiparabola, A C B, ad sibi similare genitum ex, E C, dempto solido similari genito ex frusto, E M C B, esse vt quadratum, A B, ad quadratum, B E, genita, in quam intellige iuxta communem regulam, B C.



COROLL. X. SECTIO PRIOR.

IN Prop. 32. exposita figura, & vt fiat nostrum exemplum reuoluto, A F, circa manentem axim, C F, patebit cylindrum in reuolutione genitum ex, A F, ad solidum genitum ex parabola, D B F, esse vt, A F, ad parabolam, D B F, & ita esse quodlibet solidum similare genitum ex, A F, ad sibi similare genitum ex figura, C B D F, dempto solido similari genito ex trilineo, B C F; cylindrum verò genitum ex, A F, .s. A M, ad solidum in reuolutione genitum ex figura, C B D F, esse vt, A F, ad parabolam, D B F, cum

cum $\frac{1}{24}$. parallelogrammi, A F, .i. vt 24. ad 17. & ita esse solidum similare genitum ex, A F, ad sibi similare genitum ex figura, C B D F, genita inquam iuxta communem regulam, D F. Vocetur autem solidum, quod in reuolutione generatur ex parabola D B F. Semianulus strictus parabolicus; quod verò gignitur ex figura, C B D F; Semibasis columnaris parabolica stricta.



SECTIO POSTERIOR.

IN Corollario colligitur cylindrum, A M, esse sesquialterum semianuli stricti parabolici, D B F X M, vnde colligi potest proprietates, quæ conoidibus, vel apicibus parabolicis in Corollarijs 7. & 8. Proposit. 51. huius in esse ostensa sunt, & de semianulis strictis parabolicis pariter concludi.

COROLLARIVM XI.

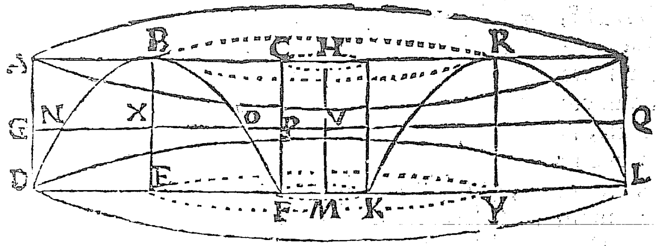
IN Proposit. 33. habemus partem interiorem semianuli stricti parabolici, ad exteriorem (quæ partes disseparantur per superficiem in reuolutione descriptam in superioris figura per lineam, sique axim, BE,) esse vt 5. ad 11. & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex, B F, dempto solido similari genito ex trilineo, B C F, ad sibi similare genitum ex figura, C B D F, dempto solido similari genito ex, B F, genita, inquam, iuxta communem regulam, D F.

COROLL. XII. SECTIO PRIOR.

IN Prop. 34. assumpta eiusdem figura, vt fiat exemplum reuoluatur, A M, circa manentem axim, H M, fiat autem ex, A M, in reuolutione cylindrus, AL; patet igitur cylindrum, A L, ad solidum in reuolutione genitum ex parabola, D B F, esse vt, A F, ad

 parabo-

parabolam, D B F, (hoc autem vocetur Semianulus latus parabolicus) & ad solidum genitum ex figura, H B D M, esse vt quadratum, D M, ad quadratum, M E, $\frac{1}{2}$. quadrati, E D, cum rectangulo sub sexquitertia, D E, & sub, E M, quod vocetur Semibasis columnaris parabolica lata; Et vniuersaliter solidum similare geni-



tum ex, A M, ad sibi similare genitum ex figura, H B D M, habere eandem rationem proximè dictæ; ad idem verò dempto solido similari genito ex quadrilineo, B F M H, esse vt, A F, ad parabolam, D B F, .i. in ratione sexquialtera.

SECTIO POSTERIOR.

IN Coroll. potest colligi etiam in Cor. 10. Prop. 51. Sect. poster. concludi posse cylindrum in reuolutione genitum ex, A F, ad semibasim columnarem strictam parabolicam genitam ex figura, C B D F, esse vt quadratum, D F, ad quadratum, F E, $\frac{1}{2}$. quadrati, E D, & rectangulum sub sexquitertia, D E, & sub, E F, & sic esse solida similaria ex eisdem genita iuxta communem regulam D F.

COROLL. XIII. SECTIO PRIOR.

IN Prop. 35. iterum assumpta antecedentis figura, patet cylindrum genitum in reuolutione ex, B M, .i. cylindrum, B Y, ad solidum genitum ex reuolutione figuræ, B H M F, .s. ad solidum, B F K R, quod vocetur Semitympanum parabolicum, esse vt quadratum, E M, ad quadratum, M F, cum rectangulo sub $\frac{2}{3}$. E F, & F M, vna cum $\frac{1}{6}$. quadrati, E F; & sic esse solidum similare genitum ex, B M, ad sibi similare genitum ex figura, B H M F, iuxta communem regulam, D M.

S E-

SECTIO POSTERIOR.

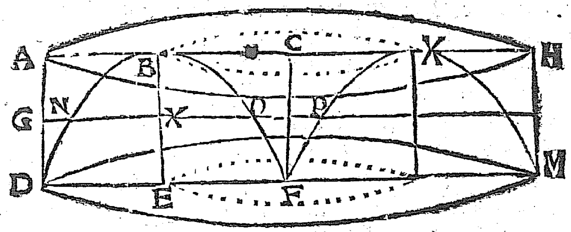
EX Coroll. habetur cylindrum, BY, ad residuum, dempto semitympano parabolico, B F K R, ab eodem, esse vt quadratum, E M, ad rectangulum sub, M F, & sub sexquitertia, F E, cum $\frac{5}{6}$. quadrati, F E, & sic esse solidum similare genitum ex, B M, ad residuum, dempto ad eodem solido similari genito ex figura, B H M F, iuxta communem regulam, D M.

COROLLARIVM XIV.

IN Prop. 36. visa adhuc eadem figura; patet portionum semianuli lati parabolici ex, D B F, parabola in reuolutione geniti, quæ separantur a superficie descripta ab axi, B E, exteriorem ad interiorem .s. quæ gignitur a semiparabola, B L E, ad eam, quæ gignitur a semiparabola, B F E, esse vt, E M, cum $\frac{1}{3}$. E M, & $\frac{1}{2}$. E D, ad M F, cum $\frac{1}{3}$. M F, & $\frac{5}{6}$. F E, & sic esse solidum similare genitum ex figura, D B H M, dempto solido similari genito ex, B M, ad solidum similare genitum ex, B M, dempto solido similari genito ex figura, B F M H, iuxta communem regulam, D M.

COROLLARIVM XV.

IN Prop. 37. visa fig. Cor. 10. P. 51. huius, patet conoidem parabol. genitam in reuolutione ex semiparabola, B D E, ad semianulum, strictum parabolicum genitum ex parabola, DBF, esse vt $\frac{1}{8}$. DF, ad $\frac{2}{3}$. D F, .i.



vt 3. ad 16. & sic esse solidum similare genitum ex, D B E, semiparabola, ad sibi similare genitum ex figura, C B D F, dempto solido similari genito ex trilineo, B C F, iuxta communem regulam, DF.

CO-

COROLLARIVM XVI.

IN Propos. 38. conspecta adhuc eadem superiori figura, habetur semianulum latum parabolicum genitum in reuolutione ex parabola, D B F, ad semianulum strictum pararabolicum genitum ex eadem, esse vt, D M, M F, ad F D, & sic esse solidum similare quodcunq; genitum ex figura, H B D M, dempto solido similari genito ex figura, B H M F, ad solidum sibi similari genitum ex figura, C B D F, dempto solido similari genito ex trilineo, B C F, iuxta communem regulam, D M.

COROLLARIVM XVII.

IN Prop. 39. visa eadem superioris figura, habemus semianulum latum parabolicum genitum ex parabola, D B F, ad conoidem parabolicam genitam ex eadem per reuolutionem, esse vt, D M, M F, ad $\frac{3}{16}$. ipsius, F D, & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex, H B D M, dempto solido similari genito ex figura, BHMF, ad solidum sibi similare genitum ex semiparabola, B D E, iuxta communem regulam, D M.

COROLL. XVIII. SECTIO PRIOR.

IN Prop. 40. visis fig. Cor. 10. & 12. superiorum, & ductis vtcumque basi parabolæ, D B F, æquidistantibus intra ipsam, quę sint, G P, G P V, patet semianulos parabolicos ex parabolis, D B F, N B O, in vtraq; figura per reuolutionem genitos, esse inter se, vt ipsas parabolas, D B F, N B O, & sic esse quodlibet solidum similare genitum ex figura, H B D M, dempto solido similari genito ex figura, B F M H, ad sibi similare genitum ex figura, H B N V, dempto solido similari genito ex figura, H B O V. Et sic etiam solidum similare genitum ex figura, C B D F, dempto solido similari genito ex trilineo, C B F, ad solidum sibi similare genitum ex figura, C B N P, dempto solido similari genito ex figura, B C P O, genita inquam iuxta communes regulas, D F.

SECTIO POSTERIOR.

EX Coroll. habetur semianulos latos parabolicos ex parabolis, D B F, N B O, in reuolutione circa, H M, genitos esse ad inuicem,

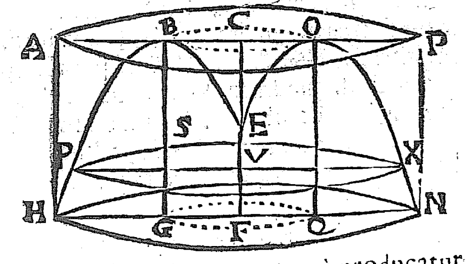
uicē, vt semianulos strictos parabolicos ex parabolis, DBF, NBO, genitos in reuolut. circa, CF, & sic solida similiaria, &c. & vtrosq; semianulos parabolicos, siue latos, siue strictos esse ad inuicem, vt cubi dictarum parabolarum basium, D F, N O, & sic etiam solida similaria, &c.

COROLLARIVM XIX.

IN Prop. 41. visis adhuc fig. Cor. 10. & 12. superiorum, patet semibasim columnarem strictam parabolicam genitam in reuolutione ex figura, CBDF, ad semibasim columnarem latam parabolicam genitam ex figura, C B N P, esse vt parallelepipedum sub, BE, & $\frac{1}{2}$ 7. quadrati ipsius, DF, ad parallelepipedum sub, BX, & his spatijs .s. quadrato, XP, $\frac{1}{2}$. quadrati, NX, & rectangulo sub sexquitertia, NX, & sub, XP; & sic etiam esse quodlibet solidum similare genitum ex figura, CBDF, ad solidum sibi similare genitū ex figura, CBNP, iuxta communem regulam, D F, patet insuper semibasim columnarem latam parabolicam genitam in reuolutione circa, HM, ex figura, DBHM, ad semibasim columnarem latā parabolicam genitam ex figura, HBNV, esse vt parallelepipedum sub, BE, & his spatijs .s. quadrato. ME, $\frac{1}{2}$. quadrati, ED, & rectāgulo sub sexquitertia, DE, & sub, EM, ad parallelepipedum sub, B X, & his spatijs .s. quadrato, VX, $\frac{1}{2}$. quadrati, XN, & rectangulo sub sexquitertia, NX, & sub, XV; & sic etiam esse solidum similare quodcunq; genitum ex figura, HBDM, ad solidum sibi similare genitum ex figura, HBNV, iuxta communem regulam, DM.

COROLLARIVM XX.

IN Prop. 42. assumpta figura, quæ ad ipsum pertinet .s. parallelogrāmo, AF, & frusto parabolæ maiori illi incluso .s. EBHF, vt fiat nostrum exēplū reuoluatur, AF, circa manētē axim, CF, fiat autem ex, AF, cylindrus, AN, & ex figura, HBCF, solidum, HBON, quod vocetur: semibasis collumnaris



media parabolica, & extenso plano, AF, indefinitè producatur in cyln-

cylndro parallelogrāmum, AN, & in ſemibaſi columnari figura, HBON, quæ erit circa exem, CF, compoſita ex duabus figuris, EBHF, FEON, ſimilibus, & æqualibus ei, quæ per reuolutionem ſemibaſim columnarem, HBON, generat; patet ergo in hac Propoſit. cylindrum, AN, ad ſemibaſem columnarem mediam parabolicam, HBON, eſſe vt quadratum baſis, HF, ad quadratū, FG, $\frac{1}{2}$. quadrati, GH, cum rectangulo ſub ſexquitertia, HG, & ſub, GF; ſic verò etiam erit quodlibet ſolidum ſimilare genitum ex, AF, ad ſibi ſimilare genitum ex figura, CBHF, iuxta communem regulam, HF.

COROLLARIVM XXI.

IN Prop. 43. viſa ſuperioris figura, patebit cylindrum, AN, ad ſolidum genitum in reuolutione ex fruſto maiori parabolæ, EBHF, (quod vocetur Aceruus maior parabolicus) .ſ. ad Aceruū, HBEON, eſſe vt parallelepipedum ſub, BG, & quadrato, HF, ad reliquum parallelepipedi ſub, BG, & his ſpatijs .ſ. quadrato, FG, $\frac{1}{2}$. quadrati, GH, & rectangulo ſub ſexquitertia, HG, & ſub, GF, ab eodem dempto 1. parallelepipedi ſub, CE, & quadrato, FG; Sic etiam erit ſolidum ſimilare quodcunq; genitum ex, AF, ad ſibi ſimilare genitum ex figura, CBHF, dempto ſolido ſimilari genito ex trilineo, BCE, iuxta communem regulam, HF.

COROLLARIVM XXII.

IN Prop. 44. adiuncta ſuperioris figuræ linea, RV, parallela ipſi, HF, quæ, RV, ſit producta vſq; in, X, per ipſam ducatur planum æquidiſtans baſi, HN, quod faciet in ſemibaſi columnari, HBON, communem ſectionem circulum, RX, habetur ergo hinc ſemibaſim columnarem mediam parabolicam, HBON, ad abſciſſum per circulum, RX, fruſtum, RBOX, eſſe vt parallelepipedum ſub, BG, & his ſpatijs .ſ. quadrato, FG, $\frac{1}{2}$. quadrati, GH, & rectangulo ſub ſexquitertia, HG, & ſub, GF, ad parallelepipedum ſub, BS, & ſub his ſpatijs .ſ. quadrato, VS, $\frac{1}{2}$. quadrati, SR, & rectangulo ſub ſexquitertia, RS, & ſub, SV. Veluti etiam erit quodlibet ſolidum ſimilare genitum ex figura, CBHF, ad ſibi ſimilare genitum ex figura, CBRV, iuxta communem regulam, HF.

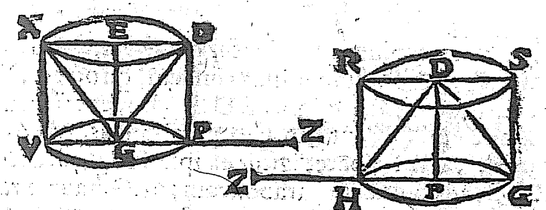
CO-

COROLLARIVM XXIII.

IN Prop. 45. viſa adhuc anteced. figura, patet aceruum maiorem parabolicum, HBECN, ad conoidem parabolicam genitam ex ſemiparabola, BHG, eſſe vt reliquum parallelepipedi ſub, GB, & his ſpatis .ſ. quadrato, FG, $\frac{1}{2}$. quadrati, GH, & rectāgulo ſub, FG, & ſexquitertia, GH, ab eodē dēpto $\frac{1}{6}$. parallelepipedi ſub, CE, & quadrato, FG, ad dimidiū parallepepidi ſub, BG, & quadrato, GH; vt etiā erit quodlibet ſolidū ſimilare genitū ex figura, CBHF, dempto ſolido ſimilari genito ex trilineo, BCE, ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex ſemiparabola, BHG, iuxta communem regulam, HF.

COROLLARIVM XXIV.

IN Prop. 47. ſumatur ex figura Prop. 46. fruſtum minus parabolæ, quod eſt, DPG, cum Parallelogrammo, DG, & integra baſi parabolæ, ZAG, quæ eſt, ZG, &, vt fiat ſolitum exemplum, reuoluatur, DG, circa manentē axim, DP, & iterum circa manentē



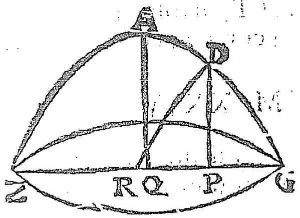
axim, EG, fiet ergo ex reuolutione circa, DP, à parallelogrammo, DG, cylindrus, RG, & à fruſto parabolæ minori, PDG, ſolidum, quod ſit, HDG, quodque vocetur, Aceruus minor parabolicus; & ex reuolutione circa, EG, à parallelogrammo, DG, in alia figura cylindrus, DV, & à trilineo extra fruſtum minus parabolæ conſtituto ſolidum, DGX, quod eſt fruſtum apicis parabolici reſectum per circulum, DX, quodque vocetur Fruſtum apicis parabolici. Patet ergo cylindrum, RG, ad aceruum minorem parabolicū, HDG, eſſe vt, ZP, ad compoſitam ex $\frac{1}{3}$. ZP, & $\frac{1}{6}$. PG, ac cylindrum, DV, ad fruſtum apicis parabolici, DGX, eſſe vt, ZP, ad ſui reliquum, demptis ab ea $\frac{2}{3}$. ZP, cum $\frac{1}{6}$. PG; Sic autem etiam erit quodlibet ſolidum ſimilare genitum ex, DG, ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex fruſto minori, DGP, vt, inquam, in priori parte huius Theor. dictum eſt; & ſic etiam ſolidum quodlibet ſimilare genitum ex, DG, ad ſibi ſimilare genitum ex trilineo, DEG, iuxta communem

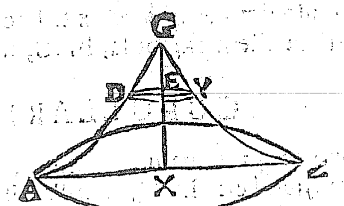
regulam,

regulam, ZG, vt in posteriore dicti Theor. parte dictum est.

COROLLARIVM XXV.

IN Propositione 48. sumatur de figura Proposit. 46. parabola, ZAG, cum basi, ZG, & axi, AQ, & resecto eius minori frusto, DPG, de eiusdem figura adhuc sumatur, AXG, trilineum, in quo ducitur, DE, æquidistans ipsi, AX, & seorsim ponatur, vt autem fiat

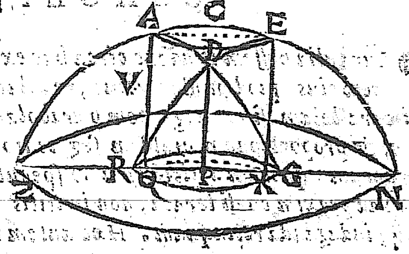




solitum exemplum, reuoluatur parabola, ZAG, circa manentem axim, AQ, & frustum minus eiusdem, quod est, DPG, circa, DP, ex quo fiat aceruus minor, RDG, Insuper trilineum, AXG, reuoluatur circa, GX, vt fiat apex parabolicus, AGZ, & ex GDE, eius frustum, GDY; patet igitur ex ipsa Prop. 48. aceruum minorem, RDG, ad conoidem parabolicam, ZAG, habere rationem compositam ex ea, quam habet composita ex $\frac{1}{3}$. ZP, & $\frac{1}{6}$. PG, ad, ZP, & ex ratione parallelepipedi sub, DP, & quadrato, PG, ad dimidium parallelepipedi sub, AQ, & quadrato, QG; & sic etiã esse quodlibet solidum similare genitum ex frusto parabolæ, DGP, ad sibi similare genitum ex semiparabola, AQG; iuxta communem regulam, ZG. Item ex eadem Prop. patet apicem parabolicum, AGZ, ad eius frustum, DGY, habere rationem compositam ex ea, quam habet sexta pars parallelepipedi sub AQ, & quadrato, QG, ad parallelepipedum sub, DP, & quadrato, PG, & ex ea, quam habet, ZP, ad residuum, demptis ab eadem, ZP, $\frac{2}{3}$. ZP, cum $\frac{1}{6}$. PG: Sic autem quoque erit quodcunque solidum similare genitum ex trilineo, AXG, ad sibi similare genitum ex trilineo, GDE, iuxta communem regulam, AX.

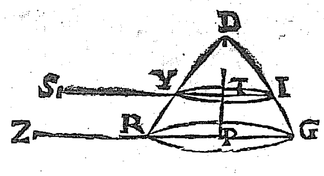
COROLLARIVM XXVI.

IN Propositione 49. assumpta de figura Proposit. 46. parabola, ZAG, cum axi, AQ, & illi parallela, DP, abscindatur ab axi, AQ, ipsa, AV, excessus, AQ, super, DP, & vt fiat solitum exemplum, reuoluantur tũ frustum maius, ZADP, tum frustum minus, DPG, circa communem axem, DP, vt ex frusto maiori, DAZP, fiat aceruus maior parabolicus, ZADON, & ex frusto minori, DPG, fiat aceruus minor parabolicus, RDG: Patet ergo ex hac Propos. aceruum minorem, RDG, ad aceruum maiorem, ZADON, habere rationem compositam ex ea, quam habet composita ex $\frac{1}{3}$. ZP, & $\frac{1}{6}$. PG, ad ZP, & ex ratione parallelepipedi sub, DP, & quadrato, PG, ad parallelepipedum sub, AQ, & his spatijs, s. quadrato, PQ, $\frac{1}{2}$. quadrati, QZ, & rectangulo sub sexquitertia, ZQ, & sub, QP, dempto ab eodem $\frac{1}{6}$. parallelepipedi sub, AV, & quadrato, QP: Sic autem erit etiam quodlibet solidum similare genitum ex frusto minori, DPG, ad sibi similare genitum ex figura, CAZP, Prop. 46. dempto solido similari genito ex trilineo, ACD, iuxta communem regulam, ZG.



COROLLARIVM XXVII.

IN Propositione 50. de figura Proposit. 46. sumatur frustum minus parabolæ, quod est, DGP, quodque secatur per rectam, TI, æquidistantem ipsi, PG, accipiantur insuper duæ integræ, ZG, SI, & vt fiat nostrum exemplum, reuoluatur, DPG, frustum circa manentem axim, DP, vt ex, DPG, fiat aceruus minor, RDG, & ex, DTI, eius frustum, YDI, patet ergo ex hoc Theorem. aceruum minorem, RDG, ad resectum frustum, YDI, habere rationem compositam ex ea, quam habet rectangulum, ZPG, cum $\frac{1}{2}$. quadrati,



PG, ad rectangulum, ΓI, cum ½. quadrati, ΓI, & ex ea, quam habet quadratum, PG, ad quadratum, TI. Vt etiam erit quodlibet solidum similare genitum ex frusto minori parabolæ, quod est, DPG, ad sibi similare genitum ex trilineo, DΓI, iuxta communem regulam, PG.

SCHOLIVM.

Plura alia possemus adhuc circa hæc examinare, præcipuè soliditatem eius, quod produceretur, reuoluta parabola circa basim, vel illi parallelam, siue tangentem parabolam, siue extra ipsam constitutam, & proportionem eiusdem segmentorum; necnon, & aliorum corporum quorum notitia tum ob speculationem iucunda, tum in ordine ad praxim considerata, non inutilis etiam esse videtur, sed hæc alij; indaganda relinquam. Hæc autem nunc delibasse sufficiat.

Finis quarti Libri.